

**Kollektive Freiheitsgrade des Kerns;
Spaltbarrieren von rotierenden, superschweren
Systemen unter Berücksichtigung einer Kernanregung**

Michael Diebel

1978



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Kollektive Freiheitsgrade des Kerns;
Spaltbarrieren von rotierenden, superschweren
Systemen unter Berücksichtigung einer Kern-
anregung

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Michael Diebel

München
Oktober 1977

1. Berichterstatter: Prof. Dr. G. Süßmann

2. Berichterstatter: Prof. Dr. G. Graw

Tag der mündlichen Prüfung: 8.3.1978



Abstract

Strutinsky's renormalization method for the static treatment of nuclear fission is generalized to excited rotating systems. A justification is given, that the compound configurations occurring in heavy-ion collisions may be regarded to be in thermodynamic equilibrium. Isothermal as well as isentropic fission processes are calculated. Rotation is dealt with in terms of the adiabatic cranking model. The deformations of the nucleus are parametrized by the Lawrence-Hasse family of liquid drop shapes. In addition Albrecht's corresponding single-particle potential is employed. So in plotting the effective potential versus two deformation coordinates we obtain the shapes of fission valleys, fission barriers and critical angular momenta. These quantities are calculated (alternatively as functions of temperature or entropy) for four nuclear systems formed in Kr- or Ar-induced reactions, furthermore for $^{298}_{114}\text{X}$. A prescription for the treatment of the coriolis-antipairing effect is set up. A further point of the discussion is, whether and how Strutinsky's method should be applied to the cranking moments of inertia. It is explained why the resulting critical angular momenta behave differently with respect to excitation in isothermal and isentropic processes. Although these quantities do not tend to zero monotonically, their values at realistic amounts of excitation are so low, that the adiabatic treatment of rotation is quite adequate. The results for the cold doubly magic system $^{298}_{114}\text{X}$ are compared with two other calculations. As far as possible also experimental data are compared with our values.

Inhaltsübersicht

<u>Kapitel</u>	<u>Seite</u>
1 Einleitung	1
2 Die Ergebnisse klassischer Rechnungen nach Cohen, Plasil und Swiatecki	7
3 Quantenmechanische Behandlung der kollektiven Freiheitsgrade im Kern	9
3.1 Die kollektive Rotation	9
3.2 Kerndeformation	16
4 Einteilchen-Rechnungen und Hybridmodell unter Berücksichtigung der Kernanregung	18
4.0 Diskussion der Gültigkeit des Schalenmodells für die Beschreibung der Spaltung	18
4.1 BCS-Rechnungen	20
4.2 Berücksichtigung einer mit dem Hamiltonoperator vertauschenden Drehimpulskomponente	24
4.3 Paarungs-Phasenübergang bei kollektiver Rotation	26
4.4 Cranking-Trägheitsmomente für angeregte Kerne	29
4.5 Die Strutinski-Mittelung	33
4.6 Trennung von Schalen- und Paarkorrektur	34
5 Mikroskopisch- makroskopische Rechnung	36
5.1 Tropfen-Parametrisierung nach Lawrence und Hasse	36
5.2 Schalenmodell nach K.Albrecht zur Tropfen-Parametrisierung	39
5.3 Tropfenmodell für angeregte Kerne	40

	<u>Seite</u>
6 Welche Aspekte von Schwerionenreaktionen kann man mit dem bisherigen Modell beschreiben?	44
6.1 Isentrope und isothermische Näherung	44
6.2 Abschätzung der maximal möglichen Temperaturen aus dem Experiment	48
6.3 Aus dem Experiment abgeleitete kritische Drehimpulse	50
7 Ist eine Strutinski-Mittelung der Cranking-Trägheitsmomente notwendig?	53
8 Ergebnisse	60
8.0 Übersicht	60
8.1 Cranking-Testrechnungen für den kalten Kern ^{240}Pu	61
8.2 Das Verhalten der Spaltbarrieren bezüglich der Kernanregung für die rotationsfreien Compoundzustände ^{270}X , ^{278}X , ^{292}X , ^{298}X , ^{322}X , ^{110}X , ^{110}X , ^{118}X , ^{114}X , ^{128}X	63
8.3 Barrieren und Deformationen der Compoundkerne des letzten Abschnittes im einzelnen	71
8.4 Die rotierenden Compoundkerne, kritische Drehimpulse	74
8.5 Barrieren für $J > 0$, Höhenlinienbilder	79
8.6 Zusammenfassung und abschließende Bemerkungen	82
A1 Numerische Behandlung	85
A1a Analytische Näherung bei der Strutinski-Mittelung für $T > 0$	85
A1b Anwendung 2: "Das erwärmte Fermi-Loch"	87
A1c Numerische Verfahren im Programm von K.Albrecht ($T=0$)	91
A1d Die in die Cranking-Trägheitsmomente eingehenden analytischen Drehimpulsmatrixelemente	92

	<u>Seite</u>
A1e Paarkorrektur und Schalenkorrektur bei $T > 0$	94
A1f Programmorganisation, Plotten	95
A2 Die Schalenmodell-Programme von J.H.Vogeler u.B.Hird	97
A3 Umrechnung der Formel 4.4.1 für die Cranking-Träg- heitsmomente angeregter Kerne in die Beziehung 4.4.2 der Arbeit "Funny Hills,.."	98
A4 Ein Test: Welche Ergebnisse liefert im Vergleich zum Strutinski-Verfahren eine Methode, bei der man die Schalenmodell-Dichte in einen Thomas-Fermi-Energie- ausdruck einsetzt?	100
F Übersicht über die Figuren	106
Figuren	108
H Übersicht über die Höhenlinienbilder	132
Höhenlinienbilder	133
L Literaturverzeichnis	146

1 Einleitung

In dieser Arbeit werden die Spaltbarrieren von rotierenden schweren Kernen unter Berücksichtigung einer möglichen Anregung berechnet. Hinter dem Thema steht der Wunsch nach einem besseren Verständnis der wesentlichen Züge von kollektiven Phänomenen im Atomkern. Dieser Wunsch ist eng mit dem Bemühen um eine klarere Interpretation der experimentellen Ergebnisse von Schwerionenreaktionen verknüpft. So möchte man etwa die Größenverhältnisse zwischen den Wirkungsquerschnitten der verschiedenen Reaktionskanäle voraussagen können. Unter letzteren stellt die Spaltung eines längerlebigen Compoundkerns oder eines flüchtigeren Precompoundzustandes einen wichtigen Mechanismus dar, der von entscheidender Bedeutung für die Frage nach der Stabilität von super-schweren Reaktionsprodukten ist. Die Spaltwahrscheinlichkeit wird nachhaltig durch das Vorhandensein von Drehimpuls und Anregung beeinflusst, wie sie im Laborexperiment einem System aus Target und Projektil mit großer Wahrscheinlichkeit aufgeprägt werden. Ein Drehimpuls, der auf diese Weise erzeugt wurde, muß als eine kollektive Bewegung vieler Nukleonen verstanden werden, genau wie eine Veränderung der Oberflächengeometrie, wie sie für Spaltung, Fusion oder Kernvibration charakteristisch ist.

Es existiert eine klassische Beschreibung von kollektiven Bewegungen durch das Tropfenmodell. Aber selbst in diesem Bild ist eine dynamische Berechnung mühsam, und man begnügt sich in vielen Fällen mit dem Auftragen der Tropfenenergie als Funktion kollektiver Parameter, d.h. der potentiellen Energie bezüglich der Bewegung in den zugehörigen kollektiven Freiheitsgraden. So gewinnt man z.B. Spaltbarrieren beim Auftragen der potentiellen

Energie bezüglich geeigneter Oberflächenparameter, muß dann allerdings die Zerfallsrate für Kerne im Grundzustand durch quantenmechanische Durchtunnelung beschreiben.

Eine befriedigende quantenmechanische Beschreibung der kollektiven Bewegungen im Kern existiert noch nicht. Das Problem ist so schwierig, weil man vom Erfolg des Schalenmodells her weiß, daß die Einteilchenfreiheitsgrade eine große Rolle spielen, und daß zudem alle Nukleonen an einer Einteilchenbewegung teilnehmen, so daß nicht einige eine kollektive Haut bilden können. Im Unterschied zur Behandlung von kollektiven Bewegungen bei Molekülen kann man im Kern nur über 3A Freiheitsgrade verfügen. Aus diesem Grund führt eine Transformation eines Einteilchen-Hamiltonoperators auf kollektive und neue innere Koordinaten im allgemeinen zu einer Kopplung zwischen Einteilchen- und kollektiven Termen. G.Süßmann (Sü54) hat im Rahmen des Schalenmodells und für kleine Deformationen eine solche Transformation sowie die daraus folgende Kopplung im kinetischen Summanden angegeben. F.Villars (Vi58) hat für den Fall der Rotation eine ähnliche Entwicklung geliefert. Für langsame Vibrationen und Rotationen kann, wie bei Thouless und Valatin (ThVa61,Th61) aufgeführt ist, eine Beschreibung im Rahmen des zeitabhängigen Hartree-Fock-Modells gefunden werden. Langsam sollen die kollektiven Bewegungen dann heißen, wenn ihre charakteristischen Zeiten kurz sind gegen die entsprechenden Nukleonenzeiten; darauf basierende Rechnungen nennt man adiabatisch. In diesem Grenzfall ist die letztgenannte Methode zur folgenden äquivalent, für die man bei L.Wilets (Wi64) Zitate findet. Man gibt Erwartungswert von Drehimpuls oder Dichtedeformation als zusätzliche Zwangsbedingungen zum Einteilchen-Hamiltonoperator vor und erhält damit Potentialflächen wie im Tropfenmodell.

Nur im adiabatischen Limes folgt daraus eine Dynamik der so eingeführten klassischen Variablen in einfacher Weise, da sich dann kollektive und innere kinetische Energie trennen lassen. In der nächsthöheren Näherung schon ergeben sich nicht vernachlässigbare Übergänge des Systems an sogenannten Termtrichtern zwischen Einteilchen-Niveaus. Dies bewirkt eine innere Anregung und damit eine Änderung des Potentials bei einer zeitlichen Änderung der kollektiven Variablen. Auch wenn man nur den Drehimpuls als Zwangsbedingung vorgibt, bleibt dieser Sachverhalt bestehen. Im intrinsischen Koordinatensystem führt der Kern im allgemeinen Torkelbewegungen aus (vgl. Kapitel 3), nur bei einer freien Rotation um eine Hauptträgheitsachse bleibt die Winkelgeschwindigkeit konstant. Eine Abhängigkeit der Energieniveaus von zeitlich veränderlichen Winkelgeschwindigkeiten hat aber wieder eine zähigkeitsartige Kernanregung zur Folge.

Wir werden uns im folgenden sowohl bezüglich der Rotation als auch der Deformation auf die Berechnung des adiabatischen Potentials beschränken. Dies geschieht unter dem Eindruck der angesprochenen Schwierigkeiten, die beim Verlassen des Potentialbildes entstehen und sowohl theoretischer wie numerischer Natur sind. Wir werden allerdings den Übergang von kollektiver Energie in intrinsische Energie insoweit berücksichtigen, wie unten angegeben ist.

Das adiabatische Potential gewinnen wir mit Hilfe des mikroskopisch-makroskopischen Strutinski-Modells, nach dem zu den Tropfenmodell-Energien kleine, aber wesentliche Schalenkorrekturen hinzugefügt werden, die man aus einem Schalenmodell berechnet. Für unsere Frage nach Stabilität gegen Spaltung ist es dann wichtig, daß man sowohl bei der makroskopischen als auch bei der Schalenmodellrechnung eine Parametrisierung der

Kernoberfläche wählt, die Einschnürungen und darüber hinaus zwei getrennte Fragmente adäquat beschreibt. Diese Forderung erfüllen die von uns verwendete Tropfen-Parametrisierung nach Lawrence und Hasse (La65,Ha69) und das dazu entwickelte Schalenmodell nach Albrecht (Al73). Einen weiteren wesentlichen Punkt bildet die Berücksichtigung der Kernanregung. Wir nehmen an, daß sich die Kerne in einem thermodynamischen Gleichgewicht befinden, und untersuchen die Gültigkeit dieser Näherung in Kapitel 6. Wir verallgemeinern das Strutinski-Verfahren auf den Fall angeregter Kerne. Dabei wird sowohl der isotherme als auch der isentrope Prozeß betrachtet, und wir tragen mit dem letzteren der Tatsache Rechnung, daß den inneren Freiheitsgraden bei einer Kernreaktion kein Wärmebad zur Verfügung steht.

Die vorliegende Arbeit enthält in Kapitel 2 eine Diskussion der Ergebnisse von klassischen Rechnungen nach Cohen, Plasil und Swiatecki (CPS72). Dabei werden auch die Gründe angegeben, warum von einer quantenmechanischen Behandlung, wie sie von uns ausgeführt wird, wesentlich realistischere Ergebnisse zu erwarten sind. An quantenmechanischen Rechnungen zum gleichen Thema liegen drei Veröffentlichungen vor (Mustafa und Kumar (MuKu75); Neergaard, Pashkevich und Frauendorf (NPF76) sowie Andersson et al. (An76)). Dabei präsentieren die beiden letzteren Arbeiten Rechnungen mit dem gleichen Modell, alle drei Veröffentlichungen berücksichtigen aber keine Kernanregung. Der erstere Artikel läßt nicht so allgemeine Kerndeformationen zu wie wir. Die letzteren beiden verwenden eine Oberflächenparametrisierung, die die Spaltung nicht so adäquat beschreibt wie unsere, behandeln aber die Rotation in nichtadiabatischer Näherung. Wir werden unsere Ergebnisse für die kalten Systeme soweit wie möglich mit den entsprechenden Werten

aus den zitierten Arbeiten vergleichen. Auf den Artikel (An76) verweisen wir auch in Abschnitt 5.1 und Kapitel 7.

In Kapitel 3 wird der Rotationsanteil des kollektiven Potentials formuliert. Im folgenden Kapitel führen wir die Gründe für eine Behandlung nach Strutinski auf und leiten in einer großkanonischen Gesamtheit die Ausdrücke für innere und freie BCS-Schalenenergie n und Cranking-Trägheitsmomente her. Dazu wird ein verallgemeinertes Verfahren nach Moretto (Mo71) angegeben, wie eine gegebene Drehimpulskomponente zu berücksichtigen ist, die mit dem Hamiltonoperator vertauscht. Dieses ist aufschlußreich für unsere anschließende Berechnung des Aufbrechens von Paaren bei einer kollektiven Rotation. Abschnitt 5 enthält die Formeln für die nach Strutinski gemittelten Größen bei $T > 0$. In Kapitel 5 notieren wir das von uns verwendete Tropfenmodell und Schalenmodell. Kapitel 6 diskutiert die Gültigkeit der Annahme eines thermodynamischen Gleichgewichts sowie der isothermen und der isentropen Rechnung. Es zeigt, wie man aus den experimentellen Fakten eine Abschätzung für realistische Kerntemperaturen gewinnen kann und gibt die Werte sowie die Interpretation für experimentell gewonnene kritische Drehimpulse an. Die Frage nach einer Strutinski-Mittelung der Cranking-Rotationsenergie wird erst in Kapitel 7 abgehandelt, da sie nicht zuletzt nach numerischen Notwendigkeiten entschieden werden muß. In Kapitel 8 werden die numerischen Ergebnisse aufgeführt und beurteilt. Die Schwerpunkte dieses Kapitels liegen in Abschnitt 8.2, wo eine Erklärung für das Verhalten der Spaltbarrieren mit der Anregung gegeben wird, und in Abschnitt 8.4, wo wir das Drehimpulsverhalten der Barrieren untersuchen.

Die numerische Behandlung ist in Anhang 1 dargestellt. So wird in A1a eine analytische Integral-Entwicklung (nach Sommerfeld) auf die Schalenkorrekturen bei $T > 0$ angewendet und in Anhang A1b interessehalber auch zur Behandlung des "erwärmten Fermi-Loches" herangezogen. In den Abschnitten A1d bis A1f wird die neu entwickelte Numerik beschrieben. Anhang 2 gibt die Gründe dafür an, warum wir die getesteten Schalenmodellprogramme von J.Vogeler und B.Hird (Vo69,Hi73) nicht weiter verwendeten. In Anhang 3 leiten wir aus unserer Formel für das Cranking-Trägheitsmoment bei $T > 0$ die in der Arbeit "Funny Hills,..." (Fu72) verwendete Version her. Der letzte Anhang referiert Überlegungen und eine Testrechnung für den harmonischen Oszillator, wo wir versuchten, die Strutinski-Mittelung durch ein physikalischeres Vorgehen zu ersetzen, nämlich die Schalenmodell-Dichte in einen Thomas-Fermi-Energieausdruck einzusetzen.

2 Die Ergebnisse klassischer Rechnungen nach Cohen, Plasil und Swiatecki (CPS72).

Ein Blick auf diese Ergebnisse kann für uns insofern von Nutzen sein, als er einen Hinweis auf wichtige Oberflächengestalten und Anhaltswerte für die sog. kritischen Drehimpulse liefern kann. Letztere sind dadurch definiert, daß bei überkritischen Drehimpulsen die Barrieren des Potentials bezüglich der Spaltparameter verschwunden sind. Die Autoren tragen für den gyrostatistischen Fall der starren Rotation um eine Haupt-Trägheitsachse des Kerns das effektive Potential

$$2.0.1 \quad V(x, y, \alpha) = E_{\text{Iopen}}(x, \alpha) + \frac{I^2}{2 \Theta_{\text{starr}}^2(x, \alpha)}$$

auf. Der Kern soll sich dabei stets so einrichten, daß die Hauptachse in Drehrichtung die kürzeste ist. Die universellen Spalt- bzw. Rotations-Parameter x und y werden durch

$$2.0.2 \quad x(A, Z) = \frac{E_{\text{oul.}}^{\text{sph.}}(A, Z)}{2 \cdot E_{\text{Oberfl.}}^{\text{sph.}}(A, Z)} = \frac{Z^2}{A} \cdot \frac{1}{50,85 \cdot (1 - 1,7826 \cdot (\frac{N-Z}{A})^2)}$$

und

$$y(A, Z) = \frac{E_{\text{rot}}^{\text{sph.}}(A, Z)}{E_{\text{infl.}}^{\text{sph.}}(A, Z)}, \quad E_{\text{rot.}}^{\text{sph.}}(A, Z) = \frac{I^2}{2 \cdot \Theta_{\text{starr, sph.}}^2(A, Z)}$$

definiert, und α steht für die Koeffizienten einer Entwicklung nach Kugelfunktionen. In Figur 1 sind die mit diesem Ansatz resultierenden kritischen Drehimpulse als Funktion $y_2(x)$ aufgetragen. Für $x > 1$ spaltet ein Tröpfchen selbst bei verschwindendem Drehimpuls. Das ist neben der Annahme der starren Rotation ein wesentlicher Punkt, weil die uns interessierenden schweren Systeme, die durch Beschuß aus mittelschweren entstehen, alle ziemlich neutronenarm sind. Ihre Spaltparameter liegen

nahe bei oder über 1. In Tabelle 1 sind für einige Experimente die Werte für $x(A,Z)$ und $L_{\text{krit}}(A,Z)$ angegeben, die letztere Größe ist in Figur 2 für β -stabile Kerne aufgetragen. Bei Berücksichtigung von Schaleneffekten ist also eine wesentliche Modifikation von Deformationsenergien und Trägheitsmomenten zu erwarten.

Tabelle 1

Element	Reaktion	A	Z	$x_{\text{Tropfen}}(A,Z)$	$y_1(x)$	$L_{\text{krit}}^{\text{Tropfen}}(\hbar)$	$\beta\text{-stab. } L(A)$
Th	-	232	90	0.734	0.042	30.80	31.08
U	-	238	92	0.770	0.037	78.79	93.14
Pu	-	240	94	0.790	0.033	74.58	93.82
Ku	$^{84}\text{Kr} + ^{155}\text{Ho}$	250	104	0.895	0.011	46.03	97.22
Fm	-	254	100	0.842	0.021	64.36	98.58
X	$^{84}\text{Kr} + ^{136}\text{W}$	270	110	0.938	0.004	31.71	103.98
X	$^{40}\text{Ar} + ^{238}\text{U}$	278	110	0.937	0.006	37.80	105.66
X	$^{84}\text{Kr} + ^{209}\text{Pb}$	292	118	1.001	0.000	0.00	111.34
X	$^{94}\text{Kr} + ^{233}\text{U}$	322	124	1.011	0.000	0.00	121.27

In dieser Tabelle wurde das "Tal der β -Stabilität" durch

$$N-Z = 0.4 \cdot A^{\frac{1}{2}} \cdot (200+A)^{-1} \quad \text{approximiert.}$$

Bei $y=0$ sind alle Tropfen-Grundzustände sphärisch, bei $y>0$ ist dies nicht mehr der Fall. Die sich ergebenden Grundzustands- und Sattelpunktskonfigurationen im einzelnen sind in der Beschreibung zu Figur 1 aufgeführt. Es bleibt festzuhalten, daß für die Grundzustände schwerer Kerne andere als axialsymmetrische Gestalten unwichtig sind, daß aber am Sattel Triaxialität auftritt.

3 Quantenmechanische Behandlung der kollektiven Freiheitsgrade im Kern

3.1 Die kollektive Rotation

Wir haben in der Einleitung das Problem der Separation des Kern-Hamilton-Operators in einen intrinsischen und einen kollektiven Anteil aufgeworfen und erläutert, warum wir uns auf die sogenannte adiabatische Näherung beschränken wollen. Zuerst soll ein Ausdruck für die Rotationsenergie hergeleitet werden.

Das experimentelle Faktum von $J \cdot (J+1)$ -Banden über dem Grundzustand und über angeregten Zuständen liefert einen starken Hinweis darauf, daß der Kern als Ganzes rotieren kann. Dieser Sachverhalt, der auch beim Schwerionenbeschuß auftreten sollte, kann im Rahmen von Hartree-Fock-Rechnungen (H.F.) beschrieben werden. Die Lösungen von stationären H.F.-Gleichungen liefern für gg-Kerne mit nichtmagischen Nukleonenzahlen deformierte Lösungen. Diese sind bezüglich ihrer Orientierung im Raum entartet, und man kann aus ihnen - zumindest im adiabatischen Fall - Lösungen der zeitabhängigen Gleichungen konstruieren, die sich als frei rotierende Dichteverteilungen erweisen (ThVa61). Wir wollen das Auftreten einer rotierenden Dichteverteilung als Definition für eine kollektive Rotation betrachten, neben der es natürlich eine Art von Rotation gibt, die die Dichte ruhen läßt.

Es soll nun die zitierte Konstruktion nach Thouless und Valatin (ThVa61) kurz aufgezeigt und diskutiert werden. Für die H.F.-Dichtematrix

$$n(\vec{x}, \vec{x}') = \sum_p \psi_p^*(\vec{x}) \cdot \psi_p(\vec{x}') \cdot n_p \quad ,$$

in der über Einteilchenzustände summiert wird und n_p für Besetzungswahrscheinlichkeiten steht, gilt die folgende Bewegungsgleichung

$$i\hbar \frac{\partial n}{\partial t} = [v, n] ,$$

wobei die Energie-Matrix wie üblich definiert ist.

$$3.1.0 \quad v(\vec{x}_1, \vec{x}_1') = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \nabla^2 \delta(\vec{x}_1 - \vec{x}_1') + \int d\vec{x}_2 d\vec{x}_2' V(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_2', \vec{x}_1') \cdot n(\vec{x}_2, \vec{x}_2')$$

$$V(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_1', \vec{x}_2') = V(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_2', \vec{x}_1') - V(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_2', \vec{x}_1')$$

Wir transformieren für unsere Zwecke die Bewegungsgleichung in ein Koordinatensystem S' , das sich zur Zeit t mit einer Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}(t)$ um das Laborsystem S dreht. Die Wellenfunktion und die Dichte werden durch die Transformationen

$$3.1.1 \quad \psi' = e^{i\vec{J}(t) \cdot \vec{J}} \cdot \psi \quad \text{und} \quad n' = e^{i\vec{J}(t) \cdot \vec{J}} \cdot n \cdot e^{-i\vec{J}(t) \cdot \vec{J}}$$

$$\text{mit} \quad \vec{\omega}(t) = \frac{d}{dt} \vec{J}(t)$$

ins System S' übertragen, die Größe v analog, so daß die H.F.-Gleichung dort dann folgendermaßen lautet:

$$3.1.2 \quad i\hbar \frac{\partial n'}{\partial t} = [v' - \hbar \vec{\omega} \cdot \vec{J}, n'] \quad \text{bzw.} \quad [\tilde{v} - \hbar \vec{\omega} \cdot \vec{J}, n'] = 0$$

Man kann die uns interessierenden Lösungen der stationären Gleichung für kleine Werte der Winkelgeschwindigkeit gewinnen, indem man die Dichte und damit auch die Energie entwickelt. In

erster Ordnung erhält man die Beziehung

$$3.13 \quad [\tilde{V}^0, \tilde{n}^1] + [\tilde{V}^1, \tilde{n}^0] = [\tilde{V}^2, \tilde{n}^0]$$

als Bestimmungsgleichung für den Störterm der Dichte $\tilde{n}^1$.
Ein Trägheitstensor $\Theta_{i\kappa}$ und dessen Hauptachsen werden - ebenfalls in erster Ordnung - durch die Relation

$$3.14 \quad \hbar \langle j_\kappa \rangle^1 = \hbar \operatorname{Sp}(j_\kappa \cdot \tilde{n}^1) = \Theta_{\kappa} \cdot \omega_\kappa \quad ; \quad \kappa = 1, 2, 3$$

definiert.

Falls $\langle j_\kappa \rangle^0 = 0$ ist, gilt $\langle j_\kappa \rangle^1 \approx \langle j_\kappa \rangle^1$.

Diese Bedingung eines in nullter Ordnung verschwundenen J-Erwartungswertes ist z.B. bei einem gg-Kern für alle Hauptachsen erfüllt, wenn eine Achse Symmetrieachse ist, d.h. wenn in einer Basis, in der $\tilde{n}^0$ diagonal ist, auch j_1 diagonal ist. Und zwar gilt die Bedingung dann nicht nur für den Grundzustand, sondern für alle Zustände mit

$$\sum_q \langle j_\mu \tilde{n}^0 | q \rangle = \sum_q (m_q r_{\frac{1}{2}q}^0 - m_q r_{\frac{1}{2}q}^0) = 0.$$

Wir werden uns bei unseren späteren Rechnungen aus numerischen Gründen auf den symmetrischen Fall beschränken, der auch durch

$$\Theta_1 = \Theta_3 \quad \text{und} \quad [j_1, \tilde{n}^0] = 0 \quad \text{gekennzeichnet ist. Die}$$

Einschränkung hat nur numerische Gründe, denn es kann i.a. neben einem kollektiven Drehimpuls $\langle j_\kappa \rangle^1$ durchaus ein intrinsischer $\langle j_\kappa \rangle^0$ vorhanden sein.

Es ist nun sehr leicht, Gleichungen für die zeitliche Änderung der Komponenten von $\vec{\omega}$ zu erhalten. Durch Ableiten der Beziehung 3.1.1 gewinnt man

$$\frac{d\vec{n}}{dt} = -i \cdot [\omega_1 j_1 + \omega_2 j_2 + \omega_3 j_3, \tilde{n}]$$

und damit

$$\begin{aligned} \frac{d\langle j_1 \rangle}{dt} &= -i \operatorname{Sp} \left((\omega_1 [j_1, j_2] + \omega_2 [j_2, j_1] + \omega_3 [j_3, j_1]) \cdot \tilde{n} \right) \\ &= \omega_2 \langle j_2 \rangle - \omega_3 \langle j_3 \rangle . \end{aligned}$$

Dies führt nach Einsetzen der Gl. 3.1.4 auf eine der bekannten Eulerschen Bewegungsgleichungen für den klassischen Kreisel, welche das sogenannte Torkeln bestimmen:

$$\Theta_1 \dot{\omega}_1 = (\Theta_2 - \Theta_3) \cdot \omega_2 \cdot \omega_3 .$$

Beim triaxialen Kreisel bleiben die Komponenten $\omega_k(t)$ nur für Rotationen um eine Hauptachse konstant, beim symmetrischen Kreisel dagegen gilt immer $\dot{\omega}_{||} = 0$, dazu $\dot{\omega}_{\perp} = 0$, wenn $\omega_{||} = 0$ ist. Ein Sonderfall tritt auf, wenn, wie etwa auf der folgenden Seite, das kollektive Moment $\Theta_{||}$ sich zu Null ergibt. Wegen 3.1.7 ist dann keine endliche Energie und kein endlicher Drehimpuls in diesen Freiheitsgraden möglich. Die Winkelgeschwindigkeit $\omega_{||}$ dagegen ist undefiniert, wie man auch an der angegebenen Eulerschen Gleichung erkennt.

Die Gleichung für die Stördichte 3.1.3 läßt sich leicht auflösen, wenn man die Störung der Wechselwirkung vernachlässigt. In einer Darstellung, in der $\tilde{Y}^e$ und $\tilde{n}^e$ diagonal sind, hat man als Lösung

$$3.15 \quad \langle m | \tilde{n}^e | m \rangle \cdot (\langle m | \tilde{Y}^e | m \rangle - \langle i | \tilde{Y}^e | i \rangle) = \langle m | g_K | i \rangle \cdot (\langle m | \tilde{n}^e | m \rangle - \langle i | \tilde{n}^e | i \rangle) .$$

Die Trägheitsmomente für reine Zustände mit $\tilde{n}^2 = \tilde{n}$ lauten dann

$$3.16 \quad \Theta_K = 2 \cdot k^2 \cdot \sum_m \sum_i \frac{|\langle m | g_K | i \rangle|^2}{\langle m | \tilde{Y}^e | m \rangle - \langle i | \tilde{Y}^e | i \rangle} ,$$

wobei der Index m unbesetzte und i besetzte Zustände kennzeichnen soll, und stellen die üblichen Cranking-Trägheitsmomente dar, wenn man Schalenmodell-Energien statt H.F.-Energien einsetzt (In54). Falls die Achse κ eine Symmetrieachse ist, liefert die Gleichung 3.1.5 bei reinen Zuständen eine verschwindende Stördichte und ein verschwindendes Trägheitsmoment. Dies bedeutet, daß in der betrachteten Näherung keine kollektive Rotation um die Symmetrieachse κ möglich ist. Eine solche Unmöglichkeit der kollektiven Rotation folgt aber auch aus der allgemeinen Gleichung 3.1.1, wenn der Kommutator $[n, \vec{r} \cdot \vec{J}]$ verschwindet. Die Energie der Rotation um eine Hauptachse kann mit den Cranking-Trägheitsmomenten und Gl. 3.1.4 als

$$3.1.7 \quad E_{\kappa}^{\text{rot}} = \frac{1}{2} \cdot \Theta_{\kappa} \cdot \omega_{\kappa}^2 = \frac{\hbar^2}{2 \cdot \Theta_{\kappa}} \cdot \langle J_{\kappa} \rangle^2$$

geschrieben werden. J.Winter hat darauf hingewiesen (Wi77), daß man aus den Periodizitätsbedingungen für die Lösungen der zeitabhängigen H.F.-Gleichungen eine Quantisierung nach einem $J \cdot (J+1)$ -Gesetz herleiten kann. Entsprechend zu 3.1.7 ordnen wir den Eulerschen Bewegungsgleichungen einen Hamilton-Operator der Form

$$3.1.8 \quad H_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2 J_1^2}{2 \Theta_1} + \frac{\hbar^2 J_2^2}{2 \Theta_2} + \frac{\hbar^2 J_3^2}{2 \Theta_3}$$

zu, der im symmetrischen Fall die quantisierten Energien

$$3.1.9 \quad E(J, K) = \hbar^2 \frac{J(J+1) - K^2}{2 \Theta_{\perp}} + \hbar^2 \frac{K^2}{2 \Theta_{\parallel}}$$

liefert. Solange allerdings $\Theta_{\parallel}$ den Wert Null hat, erfolgt die Rotation nur um eine zur Symmetrierichtung senkrechte Achse.

Wenn man die Trägheitsmomente 3.1.6 mit den Werten aus dem Experiment vergleicht, so findet man noch keine gute Übereinstimmung. Die Cranking-Werte sind ungefähr gleich groß wie die starren, solange man in einem Nilsson-Potential ohne L^2 -Term oder in einem Woods-Saxon-Potential rechnet, und liegen um einen Faktor 2 bis 3 über den experimentellen Ergebnissen. Erst bei Berücksichtigung der Paarwechselwirkung im Kern erzielt man eine bessere Übereinstimmung, und zwar nach Nilsson und Prior (NiPr61) bis auf eine durchschnittliche Abweichung von 10 bis 15% nach unten.

Man kann den theoretischen Ausdruck für die Trägheitsmomente im Fall von Paarung ganz analog zur obigen Herleitung entwickeln, und zwar im Rahmen einer verallgemeinerten H.F.-Rechnung (ThVa61). Er lautet

$$3.1.10 \quad \Theta_K = \hbar^2 \sum_{p,q} \frac{|\langle p | j_K | q \rangle|^2 \cdot (n_p^0 - n_q^0)^2}{(n_p^0 - n_q^0) \cdot (\epsilon_q - \epsilon_p) + (\Delta_p, \Delta_q) \cdot (\chi_p^0, \chi_q^0)} \quad ,$$

wobei $n_p^0 = \langle a_p^\dagger a_p \rangle^0 = v_p^2$ die normale und

$\chi_p^0 = \langle a_p a_p^\dagger \rangle^0 = u_p v_p$ die anomale Dichte darstellen, sowie

$a_p^\dagger$ und a_p Einteilchen-Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren, und die Größen ϵ_p die Einteilchen-Energien. Die Gaps Δ_p werden durch eine "BCS"-Gleichung bestimmt. In gebräuchlicherer Form kann 3.1.10 als

$$3.1.11 \quad \Theta_K = \hbar^2 \sum_{p,q} \frac{|\langle p | j_K | q \rangle|^2 \cdot (v_p^2 - v_q^2)^2}{E_p + E_q}$$

geschrieben werden. Die $E_q = \sqrt{(\epsilon_q - \lambda)^2 + \Delta_q^2}$ stellen die sogenannten Quasiteilchen-Energien dar.

Zum Abschluß dieses Kapitels wollen wir kurz das "H.F.-Verfahren mit Nebenbedingungen", das wir in der Einleitung erwähnten, mit der bisher beschriebenen Methode vergleichen. Bei ersterem wird statt des üblichen H.F.-Ausdrucks der Erwartungswert

$$3.1.12 \quad \langle \psi_\omega | H - \hbar \omega J_K | \psi_\omega \rangle \quad ; \quad \langle \psi_\omega | J_K | \psi_\omega \rangle = J_0$$

minimalisiert, wobei der Lagrange-Parameter ω durch die Vorgabe des Erwartungswertes der Drehimpulskomponente J_K festgelegt ist. Die Gesamtenergie lautet dann

$$E = \langle \psi_\omega | H - \hbar \omega J_K | \psi_\omega \rangle + \hbar \omega J_0 \quad ,$$

während der Rotationsanteil durch $E(J) - E(0)$ bestimmt ist. Der Operator in Gl. 3.1.12 hat die gleiche Gestalt wie der Hamilton-Operator im rotierenden System, und die Minimalisierung von 3.1.12 entspricht der Lösung der stationären Gleichung 3.1.2 . Beide Beziehungen sind also äquivalent, wenn man sich auch beim Lösen des stationären Verfahrens, das zu Gl. 3.1.12 führt, keine Gedanken macht über die zugehörigen Lösungen der zeitabhängigen H.F.-Gleichungen mit $\langle J_K \rangle = J_0$. Solche Lösungen müßten aber auch eine zeitliche Änderung einer vorgegebenen deformierten Dichte beschreiben.

3.2 Kerndeformationen

Wenn man im adiabatischen Bild die Potentialfläche für eine Deformationsbewegung des Kerns auftragen will, so bietet sich dafür als allgemeinste der Einteilchennäherungen wiederum der H.F.-Formalismus mit Nebenbedingungen an. Dieser Formalismus fordert nun die Minimalisierung des Erwartungswertes

$$\langle \psi_x / H - \chi Q / \psi_x \rangle \quad , \quad \langle \psi_x / Q / \psi_x \rangle = Q_0 \quad ,$$

wobei das Symbol Q für einen oder mehrere Einteilchenoperatoren steht, deren Erwartungswerte die Dichtedeformation parametrisieren können. Das kollektive Potential lautet

$$E(\chi(Q_0)) = \langle \psi_x / H / \psi_x \rangle .$$

Die Operatoren Q sollten für den Spaltvorgang angemessen gewählt werden. Deshalb sind die Operatoren für die Massenmultipolmomente

$$Q_{\lambda\mu\nu} = \sum_{k=1}^{N,Z} f_{\lambda}(c_k |\vec{r}_k|) \cdot Y_{\lambda\mu}(\vartheta_k, \varphi_k)$$

nicht verwendbar, können sie doch getrennte Fragmente nicht beschreiben. Nun haben Ledergerber et al. (LPY77) in den letzten Wochen eine Momentenentwicklung der Dichte vorgeschlagen, die mit wenigen Gliedern auch separate Fragmente parametrisiert und die theoretischen Schwierigkeiten beseitigt. Da aber die numerischen Schwierigkeiten noch wesentlich größer sind als beim reinen H.F.-Verfahren, wurden bis jetzt fast immer nur Schalenmodell-Rechnungen durchgeführt, bei denen die Kerndeformation durch eine von außen vorgegebene Potentialdeformation diktiert wird.

(Ausnahmen stellen z.B. die Arbeiten DMP66 und BrQu73 dar). Die Dynamik der überzähligen Deformations-Freiheitsgrade ist in adiabatischer Näherung, wie schon erwähnt wurde, eine klassische Bewegung im Potential

$$3.2.1 \quad \left\langle \sum_{k=1}^{N,Z} \left(\frac{\vec{p}_k^2}{2m} + V_k(\vec{r}_k, \alpha) \right) \right\rangle .$$

Wenn man die in dieses Potential eingehenden Einteilchenenergien und Eigenzustände berechnet hat, kann man auch das kollektive Potential desselben Kerns mit gegebenem Drehimpuls $J_0 \hbar$ um eine körperfeste Hauptachse K angeben.

$$3.2.2 \quad E(J_0, \alpha) = E(N, Z, \epsilon_i, \alpha) + \frac{\hbar^2 \cdot J_0 \cdot (J_0 + 1)}{2 \cdot \theta_K(\epsilon_i, \alpha)}$$

Diese Formel muß aber im folgenden noch kritisiert und verbessert werden.

4 Einteilchen-Rechnungen und Hybridmodell unter Berücksichtigung der Kernanregung

4.0 Diskussion der Gültigkeit des Schalenmodells für die Beschreibung der Spaltung

Als erster praktikabler Ersatz für selbstkonsistente Deformationsrechnungen wurde das Nilsson-Schalenmodell vorgeschlagen (Ni55). In diesem Modell wird die Gesamtenergie des Kerns näherungsweise als

$$4.0.1 \quad E = \sum_{\substack{\text{Neut} \\ \text{Prot}}} \sum_{q=1}^{q_F} \epsilon_q$$

angesetzt, d.h. die durch das Einteilchenpotential ausgedrückte Zweiteilchen-Wechselwirkung wird doppelt gezählt. Dieses Vorgehen scheint in erster Näherung gerechtfertigt zu sein, da ja keine Absolutwerte betrachtet werden, sondern nur Energieunterschiede zwischen verschiedenen deformierten Zuständen. In der Tat erhält man damit im Gegensatz zum Treptenmodell Grundzustandsdeformationen, die experimentell grob bestätigt wurden, sowie andere richtige Aussagen über die Grundzustände. Das Verfahren versagt aber bei der Beschreibung der Spaltung, auch wenn man alle wesentlichen Potentialdeformationen zuläßt (GLN67). Offensichtlich versagt der Ansatz 4.0.1 für größere Deformationen, weil andere Teile der Gesamtenergie nicht mehr vernachlässigt werden können. In der Tat machen ja die Anteile der Energie, die ein glattes Verhalten bezüglich der Nukleonenzahlen aufweisen, den Löwenanteil der experimentellen Bindungsenergien aus. Diese weichen nämlich

nie um mehr als 10 MeV von den Energien des Tropfenmodells ab, also sehr wenig im Vergleich zur mittleren Bindungsenergie von $A \cdot 7$ MeV. Andererseits müssen die Schaleneffekte, d.h. die von der Einteilchenbewegung hervorgerufenen Niveaubündelungen, eine wesentliche Rolle für den Teil der Gesamtenergie spielen, der für die Spaltung wichtig ist. Darüber sprachen wir in Kapitel 2; außerdem weist die Feinstruktur der experimentellen Bindungsenergie-Kurven darauf hin. Schalenabschlüsse werden nicht, wie man ursprünglich glaubte, mit zunehmender Deformation verwischt, sondern tauchen immer wieder auf, wenn sie auch bei anderen Energien zu liegen kommen.

Seit Myers und Swiatecki (MySw66) und Strutinski (St67) befreit man sich aus dem vorliegenden Zwiespalt, indem man die Kernenergie als Summe von Tropfenenergie und einer aus dem Schalenmodell berechneten Korrekturenergie darstellt. Dabei muß beim Aufstellen des Korrekturterms der falsche mittlere Trend der Schalenmodell-Energien eliminiert werden. Nach der weithin verwendeten Strutinski-Methode mittelt man rein mathematisch durch eine Verschmierung der Einteilchen-Energien, kann aber dennoch realistische Barrierenhöhen erhalten. Ein besonderer Erfolg war die Voraussage von experimentell bestätigten Gestaltisomeren auf einer doppelhöckerigen Barriere. Dieser Doppelhöcker resultierte auch bei "constraint-H.F."-Rechnungen zur Quadrupol-Deformation, wie sie von FQVK73 mit einer Skyrme-Wechselwirkung durchgeführt wurden. Zwei dieser Autoren stellten in einem Test fest (BrQu73), daß die Strutinski-Methode ein sehr guter Ersatz für H.F.-Rechnungen sei. Allerdings führt sie bei realistischen, endlich tiefen Potentialen zu dem Problem, wie im Kontinuum gemittelt werden soll. Nach Süßmann (Sü76) und Jennings et al. (Je76) wäre es wohl physikalischer, wenn auch etwas unbequemer, das Thomas-Fermi-Modell

als Grenzwert von Schalen- bzw. H.F.-Modell zur Mittelung heranzuziehen. Dies könnte z.B. dadurch geschehen, daß man die Schalenmodellldichten in einen Thomas-Fermi-Energieausdruck einsetzt. Dazu wurden von mir Tests gerechnet, die unter anderem klären sollten, welche Korrekturen zum Thomas-Fermi-Ausdruck berücksichtigt werden müssen - also etwa eine Spin-Bahn- oder Weizsäcker-Korrektur - weil sie in der quantenmechanischen Dichte noch nicht genügend berücksichtigt sind. Wie auch bei Jennings angesprochen wird, sind die Ergebnisse solcher Tests nicht eindeutig. Ich will in Anhang 4 darüber berichten, die aktuellen Rechnungen wurden aber mit der Strutinski-Vorschrift durchgeführt, die für das von uns verwendete Potential eindeutig ist.

4.1 BCS-Rechnungen

Es ist, wie man weiß, gerade für die Berechnung von Kerndeformationen und Trägheitsmomenten wichtig, daß man das Auftreten von Paarwechselwirkung berücksichtigt. Gleichzeitig darf man aber eine experimentell bedingte Fernanregung nicht vernachlässigen, da diese, wie im folgenden gezeigt wird, ab einer bestimmten Größe die Paarkorrelation bricht.

Bei einem Stoß zwischen schweren Systemen ist eine so große Anzahl von Anregungen möglich, daß es vernünftig erscheint, diese statistisch zu behandeln. Es ist aber fraglich, ob man, wie man aus Gründen der Einfachheit gerne möchte, annehmen kann, daß das betrachtete System sich in einem thermodynamischen Gleichgewicht befindet. In Kapitel 6 werden wir unter Zuhilfenahme von Abschätzungen aus dem Experiment und Strutinskiergebnissen diskutieren,

für welche Zeitpunkte und welche Deformationen eine solche Behauptung eventuell gut erfüllt ist, und ob sie wesentlich über unsere Voraussetzung eines adiabatischen Ablaufens der kollektiven Bewegung hinausgeht. Im folgenden soll auf der Annahme aber in der Überzeugung bestanden werden, daß sie die Experimente besser beschreibt als Rechnungen für kalte Kerne. Es werden nun im BCS-Schalenmodell alle notwendigen thermodynamischen Größen angegeben (SaYa63, Th64, JeDa72). Dazu soll kurz aufgezeigt werden, welche weitere Näherung dies gegenüber einer entsprechenden H.F.-Behandlung bedeutet.

Die Paarwechselwirkung wird im Hamiltonoperator in einer Darstellung, in der der Schalenmodell-Anteil diagonal ist, folgendermaßen berücksichtigt.

$$H = \sum_{p \geq 0} \varepsilon_p a_p^\dagger a_p - \sum_{p, p' \geq 0} G_{pp'} a_{-p}^\dagger a_p^\dagger a_{p'} a_{-p'}$$

Die Zustandssumme der großkanonischen Gesamtheit lautet

$$Z = \text{Sp} \left(e^{-\frac{H - \lambda N}{T}} \right), \quad \text{Sp} := \sum_N \sum_{\psi}$$

(Dabei wurde, wie im folgenden auch, die Boltzmann-Konstante k gleich 1 gesetzt.) Der Temperaturbegriff mag für schwere Kerne leidlich anzuwenden sein. Man kann einen Eindruck von den Kerntemperaturen erhalten, die zu realistischen Kernanregungen gehören, wenn man die analytische Th.-F.-Abschätzung nach Lang und Le Couteur 6.2.1 benutzt.

Die Zustandssumme läßt sich nach Bogolyubov vereinfachen, falls man die Zerlegung des Hamiltonoperators einführt

$$H = H_0 + H_1$$

$$H_0 = \sum_p \varepsilon_p a_p^\dagger a_p + \sum_{pp'} G_{pp'} (\chi_p a_p a_{p'} + \chi_{p'} a_p^\dagger a_{-p}^\dagger + \chi_p \chi_{p'})$$

$$H_1 = \sum_{p,p'} G_{pp'} (a_{-p}^\dagger a_p^\dagger + \chi_p) \cdot (a_{p'} a_{-p'} + \chi_{p'})$$

Für viele Teilchen gilt dann ungefähr

$$Z \approx S_p \left(e^{-\frac{H_0 - \lambda N}{T}} \right)$$

wenn man die χ_p so wählt, daß die Bedingung

$$S_p \left(e^{-\frac{H_0 - \lambda N}{T}} \cdot (a_p a_{-p} + \chi_p) \right) = 0$$

erfüllt ist.

Mit Hilfe der Bogolyubov-Transformationen und einer zusätzlichen Annahme über die Paarkraft-Matrixelemente

$$G_{pp'} = \begin{cases} G & \text{für } |\varepsilon_p - \lambda| \leq \omega \approx \sqrt{15 \frac{N}{Z}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

vereinfachen sich Zustandssumme und Bedingungsgleichung zu

$$\ln Z = -\frac{1}{T} \cdot \left[\sum_p (\varepsilon_p - \lambda - E_p) - 2 \cdot T \cdot \sum_p \ln \left(1 + e^{-\frac{E_p}{T}} \right) + \frac{\Delta^2}{G} \right]$$

und

$$4.1.1 \quad \frac{2}{G} = \sum_{|\varepsilon_p - \lambda| \leq \omega} \frac{1}{E_p} \cdot \tanh \left(\frac{E_p}{2T} \right)$$

wobei die Quasiteilchen-Energien E_p und die Gap-Parameter Δ_p durch

$$E_p = \sqrt{(\varepsilon_p - \lambda)^2 + \Delta_p^2} \text{ und } \Delta_p = \sum_{p'} G_{pp'} \chi_{p'} = \begin{cases} G \cdot \sum \chi_{p'} = \Delta & \text{für } |\varepsilon_p - \lambda| \leq \omega \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

definiert sind. Aus der Zustandssumme kann man mit Hilfe der

statistischen Relationen

$$N = \frac{\partial(T \ln Z)}{\partial \lambda}, \quad -U + \lambda N = \frac{\partial(\ln Z)}{\partial(\frac{1}{T})}$$

und

$$S = \frac{1}{T^2} \cdot \frac{\partial(-T \ln Z)}{\partial(\frac{1}{T})} = \ln Z + \frac{U - \lambda N}{T}$$

die folgenden Ausdrücke für die statistischen Mittelwerte herleiten.

$$4.1.2a \quad N(T) = \sum_{p=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\varepsilon_p - \lambda}{\varepsilon_p} \cdot \text{th} \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) \right)$$

$$4.1.2b \quad U(T) = \sum_{p=1}^{\infty} \varepsilon_p \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_p - \lambda}{\varepsilon_p} \cdot \text{th} \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) \right) - \frac{\Delta^2}{G}$$

$$4.1.2c \quad S(T) = \sum_{p=1}^{\infty} \ln \left(1 + e^{-\frac{\varepsilon_p}{T}} \right) + \frac{2}{T} \cdot \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_p}{1 + e^{-\frac{\varepsilon_p}{T}}}$$

(Wir kürzen hier und im folgenden aus Platzgründen die Funktion $\tanh(x)$ mit $\text{th}(x)$ ab.) Die mittlere Niveau-Besetzungszahl lautet also

$$4.1.3 \quad n_p(T) = \langle a_p^\dagger a_p \rangle = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_p - \lambda}{\varepsilon_p} \cdot \text{th} \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) \right).$$

Sie ergibt für $T \rightarrow 0$ den normalen BCS-Wert und für $\Delta \rightarrow 0$ die Fermi-Verteilung. Im folgenden wird noch der Mittelwert der anomalen Dichte benötigt

$$\chi_p(T) = \langle \overline{a_{+p} a_{-p}} \rangle = \frac{1}{Z} \cdot \sum_{N, \psi} \langle \psi | a_{+p} a_{-p} e^{-\frac{H_0 - \lambda N}{T}} | \psi \rangle = \begin{cases} 0 & \text{für } |\varepsilon_p - \lambda| \geq \omega \\ \frac{\Delta}{2\varepsilon_p} \cdot \text{th} \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Größen N, U und S sind extensiv, so daß man nur die Werte für Neutronen und Protonen zu addieren braucht, um die Werte für den ganzen Kern zu erhalten.

Man sieht aus den obigen Gleichungen, daß die Kernanregung nur über eine Änderung der Besetzungszahlen vor sich geht, während die Lage der Niveaus erhalten bleibt. Falls man dagegen einen H.F.-Hamiltonoperator wie nach Gleichung 3.1.0 quantenstatistisch

behandelt, so führt dies auf eine Dichtematrix der Form

$$n(\vec{x}, \vec{x}', T) = \sum_{\rho} \psi_{\rho}^*(\vec{x}) \psi_{\rho}(\vec{x}') \cdot n_{\rho}(T) .$$

Die Temperaturabhängigkeit dieser Größe geht ins Potential ein und hat Energieniveaus zur Folge, die von der Temperatur abhängen.

4.2 Berücksichtigung einer mit dem Hamiltonoperator vertauschenden Drehimpulskomponente

Falls eine solche Drehimpulskomponente existiert, etwa bei einem axialsymmetrischen Schalenmodell-Potential, kann man durch bloße Niveau-Umbesetzung ihre Größe vorschreiben. Die statistische Behandlung erfolgt nach Moretto (Mo71) analog wie im vorigen Kapitel mit dem Operator

$$H = \lambda N + \delta J_H ,$$

dessen letzter Summand

$$J_H = \sum_{\rho > 0} m_{\rho} a_{\rho}^{\dagger} a_{\rho} - \sum_{\rho > 0} m_{\rho} a_{-\rho}^{\dagger} a_{-\rho}$$

lautet.

Wegen der Zeitspiegelungsinvarianz von H ergibt sich der Mittelwert des Drehimpulses $J_H(T)$ bei gg-kernen zu Null, wenn er nicht durch ein $\delta \neq 0$ vorgeschrieben wird. Die Gleichungen für $U(T)$ und $J_H(T)$

lauten
$$U(T) = \sum_{\rho > 0} \epsilon_{\rho} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{\rho} \lambda}{2 E_{\rho}} \left\{ \text{th} \left(\frac{E_{\rho} - \delta \cdot m_{\rho}}{2 T} \right) + \text{th} \left(\frac{E_{\rho} + \delta \cdot m_{\rho}}{2 T} \right) \right\} \right)$$

und

$$j_{||}(\tau) = \sum_{p>0} \left\{ \frac{1}{1 + e^{\frac{E_p - \delta m_p}{2\tau}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{E_p + \delta m_p}{2\tau}}} \right\},$$

diejenigen für N und S analog. Die BCS-Bedingungsgleichung für $\Delta(\tau)$, $\lambda(\tau)$ und $\delta(\tau)$ hängt von der Vorgabe von $j_{||}(\tau)$ ab.

$$\sum_{|E_p - \lambda| \leq \omega} \frac{1}{2E_p} \cdot \left\{ \hbar \left(\frac{E_p - \delta m_p}{2\tau} \right) + \hbar \left(\frac{E_p + \delta m_p}{2\tau} \right) \right\} = \frac{2}{G}$$

Ein Wert von $j_{||}(\tau) \neq 0$ bedeutet einen Drehimpuls, der die räumliche Dichteverteilung zeitlich konstant läßt. Eine Rotation dieser Art, die wir intrinsisch nennen wollen, wird bei kleinem $j_{||}(\tau)$ von wenigen Nukleonen getragen, erst bei sehr hohen $j_{||}(\tau)$ -Werten können unter geeigneten energetischen Verhältnissen viele Nukleonen an ihr teilnehmen. Deshalb ist sie von einer kollektiven Rotation wohl zu unterscheiden. Umgekehrt kann man eine kollektive Rotation um eine Achse senkrecht zur Symmetrieachse nicht auf die eben beschriebene Art behandeln, weil sich die zugehörige Drehimpulskomponente nicht gleichzeitig mit H diagonalisieren läßt. In unseren numerischen Rechnungen werden wir keine intrinsische Rotation berücksichtigen.

Wie man im Fall $T \neq 0$ ganz leicht sieht, kommt der Drehimpuls durch Teilchen-Loch-Anregungen zustande, bei denen Drehimpuls-Paare aufgebrochen werden. Deshalb erweist sich der Gap-Parameter $\Delta(j_{||}, \tau)$ als monoton fallende Funktion von $j_{||}$.

4.3 Paarungs-Phasenübergang bei kollektiver Rotation

Es gibt keinen Grund dafür, daß das allmähliche Aufbrechen von Nukleonenpaaren bei wachsendem Drehimpuls auf den zuletzt beschriebenen Fall der intrinsischen Rotation beschränkt sein sollte. In der Tat ist experimentell ein energetisches Absinken der höheren Niveaus einer Rotationsbande gegenüber einem $J \cdot (J+1)$ -Verhalten festzustellen, das sicher zum Teil auf einen Paarungs-Phasenübergang zurückzuführen ist. Das Phänomen kann auf gleiche Weise verstanden werden wie das Zusammenbrechen der Supraleitfähigkeit beim allmählichen Einschalten eines Magnetfeldes, nämlich als die paarbrechende Wirkung des Zusatzgliedes $\hbar \omega_j$ im "rotierenden Hamiltonoperator" aus Gl. 3.1.2. Dieser Zusatzterm verletzt ebenso wie ein äußeres Magnetfeld die Zeitumkehrinvarianz und wirkt auf die zeitgespiegelten Paar-Partner verschieden. In einer anschaulicheren Sprache könnte man sagen, daß Lorentz- und Coriolis-Kraft auf die beiden Partner eines Cooper-Paares verschieden einwirken. Krumlinde (Kr68) hat die folgende Behandlung des Effekts vorgeschlagen. Während im rotationsfreien Fall die Größen $\lambda_{N,p}(\tau)$ und $\Delta_{N,p}(\tau)$ durch die Gleichungen

$$\frac{N}{2} \} = \sum_{p>0} \left(1 - \frac{\xi_p - \lambda}{E_p} \cdot \hbar \left(\frac{E_p}{2\tau} \right) \right)$$

und die Gap-Gleichung 4.1.1 bestimmt sind, gibt man bei Rotation die zweite Gleichung auf. Man minimiert dafür für alle Deformationen und Rotationswerte die Gesamtenergie

$$4.3.1 \quad E(\Delta_N(\tau, j_0), \Delta_P(\tau, j_0), Def.) + \frac{\hbar^2 \cdot j(j+1)}{2I(\Delta_N(\tau, j_0), \Delta_P(\tau, j_0), Def.)} ,$$

wobei die Gap-Parameter $\Delta_{N,P}(\tau, j_0)$ zwischen den Werten 0 und $\Delta_{N,P}(\tau, j=2)$ variiert werden können. Da dieses Vorgehen einen erheblichen zusätzlichen Rechenaufwand bedeutet, setzten wir statt dessen eine Interpolation der Energie bezüglich zweier Paarungs-Parameter

$$0 \leq \delta_{\text{Neut.}, j_0}(\tau, j) \leq 1 \quad \text{und} \quad 0 \leq \delta_{\text{Prot.}, j_0}(\tau, j) \leq 1 \quad \text{an.}$$

$$E(\delta_N(\tau, j), \delta_P(\tau, j_0)) = E_{\text{inh.}}(N, \Delta_N=0) \cdot (1 - \delta_N) + E_{\text{inh.}}(N, \Delta_N = \Delta_N(j=0)) \cdot \delta_N$$

$$+ E_{\text{inh.}}(P, \Delta_P=0) \cdot (1 - \delta_P) + E_{\text{inh.}}(P, \Delta_P = \Delta_P(j=0)) \cdot \delta_P$$

$$+ \frac{\hbar^2 j_0(j_0+1)}{2} \cdot \left[\frac{1}{\Theta^N(\Delta_N=0) + \Theta^P(\Delta_P=0)} \cdot \left(1 - \frac{\delta_N + \delta_P + |\delta_N - \delta_P|}{2} \right) + \right.$$

4.3.2

$$+ \frac{1}{\Theta^N(\Delta_N=0) + \Theta^P(\Delta_P = \Delta_P(j=0))} \cdot \frac{\delta_P - \delta_N + |\delta_P - \delta_N|}{2} +$$

$$+ \frac{1}{\Theta^N(\Delta_N = \Delta_N(j=0)) + \Theta^P(\Delta_P=0)} \cdot \frac{\delta_N - \delta_P + |\delta_N - \delta_P|}{2} +$$

$$+ \left. \frac{1}{\Theta^N(\Delta_N = \Delta_N(j=0)) + \Theta^P(\Delta_P = \Delta_P(j=0))} \cdot \frac{\delta_N + \delta_P - |\delta_N - \delta_P|}{2} \right]$$

Diese Interpolation geht in eine einparametrige, lineare Interpolation über in den fünf Fällen

$$\Delta_N=0 \text{ (d.h. } \delta_N=0 \text{)}, \Delta_P=0 \text{ (d.h. } \delta_P=0 \text{)},$$

$$\Delta_N=\Delta_N(j=0) \text{ (d.h. } \delta_N=1 \text{)}, \Delta_P=\Delta_P(j=0) \text{ (d.h. } \delta_P=1 \text{)}$$

$$\text{und} \quad \frac{\Delta_N}{\Delta_N(j=0)} = \frac{\Delta_P}{\Delta_P(j=0)} \quad (\text{d.h. } \delta_N = \delta_P) \quad .$$

Man muß in die Formel pro Deformation die Energien und Trägheitsmomente von Neutronen und Protonen mit und ohne Paarung einsetzen, dann können bei gegebenem J_0 die Minimalenergie und die zugehörigen Parameter $S_{Neut.}^{min}(J_0, T)$ und $S_{Prot.}^{min}(J_0, T)$ bestimmt werden. Praktische Durchrechnungen ergaben, daß die beiden Phasenübergänge ziemlich abrupt vor sich gehen, so daß auch eine noch einfachere Art der Rechnung gerechtfertigt ist, wie sie im Lehrbuch von Bohr-Mottelson II (BoMo75) aufgeführt ist:

$$4.3.3 \quad E_{Ges}(J_0) = \min \left[E(J_0, \Delta_N = \Delta_P = 0), E(J_0, \Delta_N = 0, \Delta_P = \Delta_P(J=0)), E(J_0, \Delta_N = \Delta_N(J=0), \Delta_P = 0), E(J_0, \Delta_N = \Delta_N(J=0), \Delta_P = \Delta_P(J=0)) \right]$$

Später wird sich zeigen, daß die Gap-Gleichung 4.1.1 für die von uns betrachteten superschweren Kerne ein Verschwinden der Paarung ab $T \approx 0.5$ MeV auch schon ohne Rotation voraussagt.

Deshalb ist der rotationsbedingte Phasenübergang nur für relativ kalte Kerne von Bedeutung. Die folgende Abschätzung für die kritische Temperatur

$$4.3.4 \quad T_{krit.}^{J=0}(\Delta \rightarrow 0) = \frac{2 \cdot \Delta(T=0, J=0)}{3.50}$$

nach Sano und Yamasaki (SaYa63) hat sich auch bei uns sehr gut bewährt.

4.4 Cranking-Trägheitsmomente für angeregte Kerne

Nachdem im Abschnitt 4.1 die thermodynamischen Mittelwerte für die intrinsischen Größen ausgerechnet wurden, soll dies nun für die Energie der kollektiven Rotation geschehen. (Die Entropie der kollektiven Rotation ist nach einer Abschätzung in Abschnitt 6.1 gegenüber der intrinsischen Entropie vernachlässigbar.)

Zur Bestimmung der Cranking-Trägheit, die ein angeregter Kern einer Rotation um eine Hauptachse entgegengesetzt, muß die Definitionsgleichung 3.1.4 herangezogen werden.

$$\Theta_{\kappa}^{\text{crank.}}(T) = \frac{\hbar}{\omega} \overline{\langle J_{\kappa} \rangle^2} = \frac{\hbar}{\omega} \text{Sp} (J_{\kappa} \cdot n^{\kappa}(T)) , \quad \kappa=1,2,3$$

In einem Schalenmodell wie in Abschnitt 4.1 beeinflusst der Übergang von $T=0$ auf $T>0$ nur die Besetzungszahlen und nicht die Einteilchenenergien und Einteilchenzustände. Deshalb wird der Ausdruck $\Theta_{\kappa}(T)$ einfach, solange die Stördichte n^{κ} linear von den Besetzungszahlen n_p^0 und n_p^0 abhängt. Nach Gl. 3.1.10 ist dies der Fall, wenn keine Paarung vorliegt, d.h. wenn nach 4.3.4 $T \geq T_{\text{krit}}^{J=0}(\Delta \rightarrow 0)$ gilt, oder wenn bei niedrigeren Temperaturen die Drehimpulse hoch genug sind (Abschn. 4.3). Es muß dann nur der Mittelwert $n_p^0(T)$ aus 4.1.3 in die Formel 3.1.10 für das Cranking-Trägheitsmoment bei $T=0$ eingesetzt werden.

$$\Theta_{\kappa}^{\text{crank.}}(T>0, \Delta=0) = \hbar^2 \sum_{p,q \geq 0} \frac{K p |j_{\kappa} 1 q \rangle^2}{\xi_p - \xi_q} \left[\frac{1}{e^{\frac{\xi_p - \lambda}{T}} + 1} - \frac{1}{e^{\frac{\xi_q - \lambda}{T}} + 1} \right]$$

Auch für $\Delta > 0$ erweist sich 3.1.10 als lineare Funktion der $n_p^0(\Delta)$, wenn man die $\chi_p^0(\Delta)$ vernachlässigt. Deshalb setzen wir allgemein

die mittlere normale und anomale Dichte (4.1.3 und 4.1.4) in 3.1.10 ein und erhalten

$$4.4.1 \quad \Theta_K''(T) = \frac{\hbar^2}{2} \sum_{p,q \geq 0} \frac{|K_{p/q} \times q| \cdot \left[\frac{\epsilon_q}{E_q} \cdot \hbar \left(\frac{E_q}{2T} \right) - \frac{\epsilon_p}{E_p} \cdot \hbar \left(\frac{E_p}{2T} \right) \right]^2}{\left[\frac{\epsilon_q}{E_q} \cdot \hbar \left(\frac{E_q}{2T} \right) - \frac{\epsilon_p}{E_p} \cdot \hbar \left(\frac{E_p}{2T} \right) \right] \cdot (\epsilon_q - \epsilon_p) + (4p + 4q) \left[\frac{\Delta p}{E_p} \cdot \hbar \left(\frac{E_p}{2T} \right) + \frac{\Delta q}{E_q} \cdot \hbar \left(\frac{E_q}{2T} \right) \right]}$$

Diese Beziehung kann näherungsweise auf die Form

$$4.4.2 \quad \Theta_K^{C'}(T) = \frac{\hbar^2}{2} \sum_{p,q \geq 0} |K_{p/q} \times q| \cdot \left[\frac{(u_p v_q - v_p u_q)^2}{E_p + E_q} \cdot \left(\hbar \left(\frac{E_p}{2T} \right) + \hbar \left(\frac{E_q}{2T} \right) \right) + \frac{(u_p v_q + v_p v_q)^2}{E_p - E_q} \cdot \left(\hbar \left(\frac{E_p}{2T} \right) - \hbar \left(\frac{E_q}{2T} \right) \right) \right]$$

gebracht werden, wie sie von Brack et al. publiziert wurde (Fu72, DPS69, leider jedesmal mit Druckfehlern¹⁾). Wir haben die Umrechnung in Anhang 3 aufgeführt, die Formeln 4.4.1 und 4.4.2 führen auf fast genau gleiche numerische Ergebnisse. Wenn wir das Trägheitsmoment 4.4.1 für ein axialsymmetrisches Potential betrachten, in dessen Symmetrierichtung die Achse weist, so stellen wir zu unserem Erstaunen einen qualitativen

1) In Fu72 ist der erste Summand der Formel 4.4.2 falsch gedruckt,

$$\rightarrow \frac{(u_\mu u_\nu - v_\mu v_\nu)^2}{E_\mu + E_\nu} \cdot \left(\hbar \left(\frac{E_\mu}{2T} \right) + \hbar \left(\frac{E_\nu}{2T} \right) \right),$$

in Da69 dagegen der zweite:

$$\rightarrow \frac{(u_\mu v_\nu + v_\mu v_\nu)^2}{E_\mu - E_\nu} \cdot \left(\hbar \left(\frac{E_\mu}{2T} \right) - \hbar \left(\frac{E_\nu}{2T} \right) \right).$$

Unterschied zu den entsprechenden Beziehungen 3.1.10 und 3.1.11 des Falles $T=0$ fest. Während letztere ein verschwindendes Trägheitsmoment bezüglich der Symmetrieachse ergeben, verschwinden in der Summe 4.4.1 nur die Terme, für die $\Delta_p \neq 0$ gilt. Die anderen können mit

$$|\langle p | j_{||} | q \rangle|^2 = S_{pq} \cdot m_q^2$$

geschrieben werden als

$$4.4.3 \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{m_p^2 \cdot S_{pq} \cdot \left[\frac{\varepsilon_q - \lambda}{|\varepsilon_q - \lambda|} \cdot th\left(\frac{|\varepsilon_q - \lambda|}{2T}\right) - \frac{\varepsilon_p - \lambda}{|\varepsilon_p - \lambda|} \cdot th\left(\frac{|\varepsilon_p - \lambda|}{2T}\right) \right]}{(\varepsilon_q - \lambda) - (\varepsilon_p - \lambda)} =$$

$$= \frac{m_p^2}{4T} \cdot \lim_{x \rightarrow x'} \frac{th(x) - th(x')}{x - x'} \bigg|_{x' = \frac{\varepsilon_p - \lambda}{2T}}$$

und führen auf

$$4.4.4 \quad \Theta_{||}^{crank}(T) = \frac{1}{4T} \cdot \sum_{p \geq 0, \Delta_p = 0} \frac{m_p^2}{\cos^2 h\left(\frac{\varepsilon_p - \lambda}{2T}\right)}.$$

Dieser Ausdruck strebt mit wachsender Temperatur gegen einen mit $\Theta_{||}^{crank}(T)$ geometrisch vergleichbaren Wert, wie aus Figur 3a abzulesen ist. (Auf das Temperaturverhalten der Funktion $\Theta_{\perp}^{crank}(T)$ werden wir in Kapitel 7 noch ausführlich eingehen, wenn wir die Frage nach einer Strutinski-Renormierung dieser Größe erörtern).

Man kann die erstaunliche Tatsache, daß in der Cranking-Näherung ein angeregter Kern um seine Symmetrieachse kollektiv rotieren kann und ein kalter nicht, mit Hilfe der H.F.-Rechnungen des Abschnitts 3 diskutieren: Die Gl. 3.1.5 für die Matrixelemente der Stördichte, die aus der entwickelten H.F.-Gl. 3.1.3 bei Vernach-

Lösung der Potentialstörung folgt, führt im Fall $\langle m' | j_{\kappa} | m \rangle \sim \delta_{m' m}$ auf verschwindende Nichtdiagonalterme, hat aber für Diagonalglieder die Form

$$\langle p | n' | p \rangle \cdot 0 \sim \langle p | j_{\kappa} | p \rangle \cdot 0$$

Diese Form hat nicht unbedingt eine verschwindende Lösung n' zur Folge und kann umgeschrieben werden.

$$\langle p | n' | p \rangle = \hbar \omega \langle p | j_{\kappa} | p \rangle \cdot \lim_{v_p^0 \rightarrow v_q^0} \frac{n^0(v_p^0) - n^0(v_q^0)}{v_p^0 - v_q^0}$$

Die Besetzungszahlen im Grundzustand lassen sich als $n^0(v_p^0) = \Theta\left(\frac{v_p^0 + v_{p+1}^0}{2} - v_p^0\right)$ schreiben, so daß der Limes verschwindet. Das gleiche Ergebnis liefert eine analoge Interpolation zwischen den Besetzungszahlen 0 und 1 für alle reinen Zustände, wohingegen eine Fermi-Verteilung zu $\langle p | n' | p \rangle > 0$ führt. Dieser Störterm trägt aber nichts zur Teilchenzahl bei, weil auch $[n^0 + n', j_{\kappa}] = 0$ gilt noch für $T > 0$. Die letzte Gleichung verbietet also eine kollektive Rotation noch nicht (wegen $\Theta_{\parallel}(\text{Franken}) > 0$), während die all-gemeinere Gl. 3.1.1 aussagt, daß für $[n, \vec{J}] = 0$ keine solche Drehung möglich ist. Es muß aber hinzugefügt werden, daß ein rotationsvarianter H.F.-Hamiltonoperator mit $[\vec{v}, j_{\kappa}] = 0$ i.a. noch nicht zu einem Kommutator $[\tilde{n}, j_{\kappa}] = 0$ für die Lösungen der stationären Gleichungen 3.1.2 führt.

Wir werden kollektive Rotationen um eine Symmetrieachse auch für angeregte Kerne nicht betrachten, da sie die Barrieren nicht erniedrigen, wie man am folgenden Energieausdruck

$$E_{v,K}(J,K) = \hbar^2 \left[\frac{J(J+1)}{2 \Theta_{\perp}(T)} + K^2 \left(\frac{1}{2 \Theta_{\parallel}(T)} - \frac{1}{2 \Theta_{\perp}(T)} \right) \right]$$

abgelesen kann. Für merklich in Symmetrierichtung elongierte Ge-

stalten, wie sie bei der Spaltung durchlaufen werden müssen, ist der zweite Summand nämlich positiv und für oblate Formen negativ. (Es ist vorausgesetzt, daß die Spaltung in Richtung der Symmetrieachse erfolgt).

4.5 Die Strutinski-Mittelung

Die Größen $U(\tau)$, $N(\tau)$ und $S(\tau)$ aus Abschnitt 4.1 beinhalten alle eine Summation über das Einteilchenspektrum. Zur Berechnung ihres mittleren Trends ersetzen wir in üblicher Weise (St67, Ts69) die Summen

$$F = \sum_{p=1}^{\infty} f(\varepsilon_p) \cdot n(\varepsilon_p)$$

durch Integrale über die verschmierten Ausdrücke

$$\tilde{F} = \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon g(\varepsilon) \cdot f(\varepsilon) \cdot n(\varepsilon) \quad .$$

4.5.1

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{\gamma \sqrt{\pi}} \sum_{p=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\gamma}\right)^2} \cdot F_c\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\gamma}\right)$$

$$F_c(x) = \left(\frac{35}{16} - x^2 \cdot \frac{35}{8} + x^4 \cdot \frac{7}{4} - x^6 \cdot \frac{1}{6} \right)$$

Dabei würde eine Gaußsche Verschmierung alleine noch nicht der Tatsache Rechnung tragen, daß das Spektrum nach oben hin immer dichter wird. Erst mit dem Faktor $F_c\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\gamma}\right)$ nimmt man darauf Rücksicht. Die angegebene Mittelungsvorschrift ist eindeutig, da wir mit einem unendlich hohen Potential rechnen. Sie führt, wenn man sie z.B. auf die innere Energie $U(\tau)$ anwendet

(JeDa72), auf

$$\tilde{u}(T) = \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon g(\varepsilon) \cdot \varepsilon \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon - \tilde{\lambda}}{\tilde{E}(\varepsilon)} \cdot \tanh\left(\frac{\tilde{E}(\varepsilon)}{2T}\right) \right) - \frac{\tilde{\Delta}^2}{G}.$$

4.5.2

$$\tilde{E}(\varepsilon) = \begin{cases} \sqrt{(\varepsilon - \tilde{\lambda})^2 + \tilde{\Delta}^2} & \text{für } |\varepsilon - \tilde{\lambda}| < \omega \\ |\varepsilon - \tilde{\lambda}| & \text{sonst} \end{cases}$$

Die verschmierte Fermienergie $\tilde{\lambda}(T)$ und die Größe $\tilde{\Delta}(T)$ müssen aus der Gleichung für die verschmierte Teilchenzahl $\tilde{N}(T) = N$ und aus der folgenden Gap-Gleichung bestimmt werden.

$$4.5.3 \quad \frac{2}{G} = \int_{\tilde{\lambda}-\omega}^{\tilde{\lambda}+\omega} d\varepsilon g(\varepsilon) \cdot \frac{1}{\tilde{E}(\varepsilon)} \cdot \tanh\left(\frac{\tilde{E}(\varepsilon)}{2T}\right)$$

4.6 Trennung von Schalen- und Paarkorrektur

Im letzten Abschnitt wurden die Schalen- und die Paarkorrektur simultan behandelt. Dieses Vorgehen führt auf Ausdrücke, die numerisch nur schwer auswertbar sind. So hat man z.B. für die Bestimmung der Größen $\tilde{\Delta}(T)$ und $\tilde{\lambda}(T)$ zwei gekoppelte Integralgleichungen zu integrieren. Deshalb wollen wir die beiden Korrekturen getrennt behandeln und meinen, nur einen vernachlässigbaren Fehler dadurch zu verursachen, daß wir die Paarkorrektur nicht nochmal durch die Subtraktion eines ausgeschmierten Ausdrucks korrigieren. (Vgl. auch A173 für den Fall $T=0$.) Die Vereinfachung für die Rechnung ist beträchtlich. Wir haben außer den physikalischen Größen $\Delta(T)$ und $\lambda(T)$ nur noch die eine Hilfsgröße $\tilde{\lambda}(T)$ vorliegen und benötigen die andere, $\tilde{\Delta}(T)$, nicht

mehr. Dies ist uns willkommen, weil durch letztere nach Jensen und Damgaard (JeDa72) in der Schalenkorrektur $\delta U(T) = U(T) - \tilde{U}(T)$ bei $T(\alpha\pi) \rightarrow 0$ ein schwer interpretierbares Verhalten auftritt (eine starke Unstetigkeit der Ableitung $\frac{d\delta U}{dT}$).

Die gesamte innere Energie lautet nun

$$4.6.1 \quad U_{Ges}(T) = U_{Tropfen}(T) + \delta U_{Schalen}(\Delta=0, T) + \delta U_{paar.}(T) + U_{Rot}(T)$$

mit

$$4.6.2 \quad \delta U_{paar.}(T) = \sum_{p>0} \epsilon_p \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_p - \lambda}{E_p} \cdot th\left(\frac{E_p}{2T}\right) \right) - \frac{\Delta^2}{G} - 2 \cdot \sum_{p>0} \epsilon_p \cdot \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_p - \lambda}{T}} + 1}.$$

$$\frac{2}{G} = \sum_{|\epsilon_p - \lambda| < \omega} \frac{1}{E_p} \cdot th\left(\frac{E_p}{2T}\right)$$

Die Größe $U(T)$ ist in Formel 4.1.2 definiert, während ihr verschmierter Wert $\tilde{U}(T)$ und $\tilde{N}(T)$ jetzt die Form

$$\tilde{N}(T) = \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \, g(\epsilon) \cdot \left(1 - th\left(\frac{\epsilon - \tilde{\lambda}}{2T}\right) \right)$$

$$\tilde{U}(T) = \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \cdot \epsilon \cdot g(\epsilon) \cdot \left(1 - th\left(\frac{\epsilon - \tilde{\lambda}}{2T}\right) \right)$$

haben.

Die Strutinski-Mittlung der inneren Energie basiert auf den gleichen Überlegungen wie eine Strutinski-Mittlung bei $T=0$. Wir gehen aber nun davon aus, daß auch die freie Energie $F=U-T \cdot S$ und damit die Entropie des Kerns im Mittel durch das Tropfenmodell richtig beschrieben werden, und wenden die obige Mittlung auch auf die Größe $S(T)$ aus Formel 4.1.2 an. Die zugehörigen Größen im Tropfenmodell $F_{Tr.}(T)$, $S_{Tr.}(T)$ und $U_{Tr.}(T)$ gewinnen wir im Abschnitt 5.3.

5 Mikroskopisch-makroskopische Rechnung

Es ist bei einer quantitativen Berechnung der Spaltung von Wichtigkeit, eine solche Oberflächen-Familie und -Parametrisierung zu verwenden, die auch stark eingesenkte Gestalten und getrennte Fragmente erfassen kann. Dies gilt selbst für schwere Kerne, deren Strutinski-Barrieren in einem Gebiet mäßiger Deformation liegen, denn nur dann kann man den Deformationen und Energien der kräftefreien Konfigurationen trauen. (Bei einer Beschreibung des Eingangskanals im Schwerionenexperiment interessiert einen ohnehin fast nur der Bereich separater Fragmente und ein Gebiet starker Massen-Asymmetrie zwischen Target und Projektil.) Aus Gründen der Rechenzeit ist man gezwungen, mit möglichst wenigen Deformationsparametern auszukommen.

Wir untersuchten unter den genannten Gesichtspunkten zwei uns vorliegende Schalenmodell-Programme von J.Vogeler (Vo69) und B. Hird (Hi73), über die im Anhang 2 berichtet wird, bauten dann aber auf dem Programm von K.Albrecht auf (Al73). Dieser übernahm die Tropfen-Parametrisierung von J.Lawrence und R.W.Hasse (La65, Ha69) und konstruierte dazu ein Schalenmodell-Potential, bei dem alle Äquipotential-Linien eine Lawrence-Gestalt aufweisen.

5.1 Tropfen-Parametrisierung nach Lawrence und Hasse (La65, Ha69)

Bei K.Albrecht wird die Tropfenoberfläche in einer gegenüber Lawrence und Hasse leicht modifizierten Parametrisierung geschrieben, die in Zylinderkoordinaten lautet:

$$5.1.1 \quad \varphi(z; s, c, a) = \left[1 - \left(\frac{1}{R_0 \lambda} \cdot \frac{z}{s+1} \right)^2 \right] \cdot \left[\left(\frac{1}{R_0 \lambda} \cdot \frac{cz}{s+1} + a \right)^2 + g_{M,He}(c) \right].$$

Es treten nur drei Deformations-Parameter s, c und a mit den folgenden Bedeutungen und Definitions-Bereichen auf.

$$\text{Elongation} \quad : \quad -1 \leq s \leq \infty$$

$$\text{Einschnürung} \quad : \quad 0 \leq c \leq \infty$$

$$\begin{array}{l} \text{Massen-Asymmetrie} \\ \text{bezüglich } z < 0 \text{ u. } z > 0 \end{array} \quad : \quad 0 \leq a \leq a_{\max.}(s, c)$$

$a > 0$ legt das rechte Fragment als größeres fest. Für den Kernradius R_0 und den Volumen-Normierungsfaktor λ gilt

$$\begin{aligned} R_0 &= r_0 \cdot A^{1/3} \\ \text{ferner} \quad \lambda^{-3} \cdot (s+1)^{-1} &= \left[\frac{c^2}{5} + g_{\text{Mitte}}(c) + \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad \text{für } c \leq 2 \\ \left(1 - \frac{2}{c}\right)^{3/2} \left(\frac{2}{5}c \cdot (2c+1) - a^2\right) \quad \text{für } c > 2 \end{array} \right\} \right] \\ g_{\text{Mitte}}(c) &= \begin{cases} 1 & \text{für } c \leq 1 \\ c \cdot (2-c) & \text{für } c \geq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

In Figur 4a sind die Oberflächen der Parametrisierung dargestellt. Für $s=c=a=0$ ergibt sich eine Kugel vom Radius R_0 . Die Axialsymmetrie in Formel 5.1.1 stellt für einen nicht rotierenden Tropfen keine Einschränkung dar, dies ist aber laut Kapitel 2 für rotierende Tropfen und im Schalenmodell eventuell der Fall. Wir nehmen den Nachteil hin, weil wir die Vorteile der Parametrisierung gegenüber anderen leicht rechenbaren Beispielen, wie etwa einem triaxialen harmonischen Oszillator, immer noch für beträchtlich halten.

Durch Formel 5.1.1 werden keine Gestalten mit negativer Einschnürung, d.h. "ausgebeulte oder diamantenförmige" Formen erfaßt, wie sie bei manchen Grundzuständen laut Experiment schwach aus-

geprägt sind (vgl. dazu A173, S.232). Schließlich werden wir uns auf den massen-symmetrischen Fall $a=0$ beschränken. Letzteres wird einmal von der technischen Forderung nach einem zu bewältigenden Rechenzeit-Aufwand diktiert und zum andern dadurch, daß ein maßgeschneidertes asymmetrisches Potential noch nicht vorliegt. Im übrigen tritt der gleiche Mangel auch bei einem triaxialen Oszillator auf, wie er von einer schwedischen Gruppe gerechnet wurde (An.et.al.75).

Die Tropfen-Deformationsenergien werden, wie üblich, mit Hilfe von

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{def}}^{\text{Tropfen}} &= (\bar{E}_{\text{Oberfl.}}(\text{def}) - \bar{E}_{\text{Oberfl.}}(\text{sphär.})) + (\bar{E}_{\text{Coul}}(\text{def}) - \bar{E}_{\text{Coul}}(\text{sphär.})) \\ &= \bar{E}_{\text{Oberfl.}}(\text{sphär.}) \cdot \left[(\beta_{\text{Oberfl.}} - 1) + 2 \cdot \times (\beta_{\text{Coul.}} - 1) \right] \end{aligned}$$

bestimmt, wobei die sphärische Oberflächen- und die sphärische Coulombenergie nach Myers und Swiatecki (MySw67) parametrisiert wurden.

$$\bar{E}_{\text{Oberfl.}}(\text{sphär.}) = 17,9436 \cdot \left[1 - 1,7826 \cdot \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \cdot A^{2/3}$$

$$\bar{E}_{\text{Coul}}(\text{sphär.}) = 2 \cdot \bar{E}_{\text{Oberfl.}}(\text{sphär.}) \cdot \times(A, Z)$$

$\times(A, Z)$ aus Formel 2.0.2.

5.2 Schalenmodell nach K. Albrecht zur Tropfen-Parametrisierung

Das an die Parametrisierung des Abschnitts 5.1 angepaßte Schalenmodell-Potential mit den erwähnten positiven Eigenschaften lautet

$$V(\varrho, z; s, c) = \frac{1}{2} m \omega_0^2(s, c) \left[\varrho^2 + (1-\gamma) \cdot z^2 + \frac{\eta}{(\lambda R_0)^2} \cdot z^4 \right] + V_{\text{Mitt}}(c)$$

5.2.1
$$\gamma(s, c) = \frac{c^2 - g_{\text{Mitt}}(c)}{-(s+1)^2} + 1$$

$$\eta(s, c) = \frac{c^2}{(s+1)^4}$$

$$\frac{V_{\text{Mitt}}(c)}{V_0} = 1 - g_{\text{Mitt}}(c); \quad \omega_0(s, c) = \frac{\omega_0(\text{sphär})}{\lambda(s, c)}; \quad \hbar \omega_0(\text{sphär}) = 41 \cdot A^{-1/3} \text{ MeV}$$

In Figur 4b ist aufgezeichnet, wie ein solches, um einen z^4 -Term erweitertes Oszillator-Potential aussieht. Der zugehörige Einzelteilchen-Hamiltonoperator hat die Form

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2 + V(\varrho, z; s, c)$$

$$- \hbar \omega_0(s, c) \cdot \chi(c) \left[\sqrt{\frac{V}{\frac{1}{2} m \omega_0^2}} \times \vec{p} \right]^2 + \mu(c) \cdot \left(l^2 - \frac{1}{2} \cdot N \cdot (N+3) \right)$$

Dabei ist der nicht-sphärische Spin-Bahn-Term von der üblichen Gestalt, und der l^2 -Anteil enthält eine Korrektur nach Gustafsson (Gu70) bezüglich der Abhängigkeit von der Oszillator-Schale.

Eine Abhängigkeit des Kopplungskonstanten von der Einschnürung nach $\mu(c) = \mu(0) \cdot e^{-c^2}$ wurde nötig, da das Potential 5.2.1 für $c > 0$ flacher ist als ein sphäroidaler Oszillator und deshalb weniger korrigiert werden muß.

Im Anhang 1c wird skizziert, mit welchen numerischen Methoden aus dem Operator 5.2.2 die Schalenmodell-Energien berechnet wurden.

5.3 Tropfenmodell für angeregte Kerne

Um eine mikroskopisch-makroskopische Behandlung auch für angeregte Kerne in Händen zu haben, benötigen wir noch ein Tropfenmodell für erwärmte Kerne. Denn auch ein Tropfen reagiert auf Aufheizung, einmal durch Vergrößerung von Volumen und Oberfläche, also mit verringerter Coulombenergie, und zum andern durch eine Verringerung der Oberflächenspannung. Wir verwenden das verallgemeinerte Thomas-Fermi-Modell von Stocker und Buzzauff (StBu73), in dem die Energie durch eine Potenzreihe in der Dichte dargestellt wird, und die Dichte von der Temperatur abhängt. Von Hasse und Stocker wurde es auf Deformationsrechnungen angewendet (HaSt73).

Nach HaSt73 kann man die Dichte und die isotherme Oberflächenspannung, die als freie Energie pro Flächeneinheit definiert ist, folgendermaßen schreiben (bei hinreichend kleinen Temperaturen):

$$n(T) = n(0) \cdot (1 - \alpha \cdot T^2) \quad , \quad \alpha = 0,0032 \text{ MeV}^{-2}$$

5.3.1

$$\sigma(T) = \sigma(0) \cdot (1 - \beta \cdot T^2) \quad , \quad \beta = 0,0114 \text{ MeV}^{-2}$$

Die Anwendung auf das Tropfenmodell folgt ganz natürlich durch

$$\frac{1}{n(T)} = \frac{4\pi}{3} \cdot r_0^3(T)$$

und die Erweiterung der Gleichungen

$$E_{\text{oberfl.}}(\text{sphärl.}, T=0) = 4\pi r_0^2(0) \cdot A^{2/3} \cdot \sigma(0)$$

sowie

$$\chi(0) = \frac{3 \cdot e^2 Z^2}{40\pi r_0^2(0) \cdot \sigma(0) \cdot A}$$

auf die Form

$$5.3.2 \quad F_{\text{Obefl. (sphär, } T)} = E_{\text{Obefl. (sphär, 0)}} \cdot \frac{\sigma(T)}{\sigma(0)} \cdot \left(\frac{n(0)}{n(T)} \right)^{2/3} \\ = E_{\text{Obefl. (sphär, 0)}} \cdot \left(1 - \left(\beta - \frac{2}{3}\alpha \right) \cdot T^2 \right)$$

und

$$5.3.3 \quad x(T) = x(0) \cdot \frac{\sigma(0)}{\sigma(T)} \cdot \frac{n(T)}{n(0)} = x(0) \cdot \left(1 - \left(\alpha - \beta \right) \cdot T^2 \right)$$

Man kann damit die isotherme Deformationsenergie schreiben als

$$5.3.4 \quad \Delta F_{\text{Def.}}(T) = F_{\text{Obefl. (sphär, } T)} \left[(B_{\text{Obefl.}} - 1) + 2 \cdot x(T) \cdot (B_{\text{Coul.}} - 1) \right],$$

wobei die geometrischen Glieder $B_{\text{Ob.}}$ und $B_{\text{Coul.}}$ nicht von der Temperatur abhängen.

Wir möchten nun auch Aussagen über Entropie und innere Energie treffen können. Dazu definieren wir den Volumenteil der freien Energie $F = F_{\text{Vol.}} + F_{\text{Coul.}} + F_{\text{Ob.}}$ in Analogie zu 5.3.2 als

$$F_{\text{Vol.}}(\text{def}, T) = \text{const}(\text{Deform.}) - E_{\text{Vol.}}(T=0) \cdot \frac{n(0)}{n(T)} \quad \text{mit } E_{\text{Vol.}}(0) \approx -16,0 \cdot A \text{ MeV}$$

und gewinnen mit der thermodynamischen Relation

$$S(\text{def}, T) = - \left. \frac{\partial F(\text{def}, T)}{\partial T} \right|_{\text{def.} = \text{const.}}$$

und der in unserer Näherung möglichen Umkehrung eine Formel für die Tropfen-Temperatur bei gegebener Entropie.

$$5.3.5 \quad T(\text{def}, S) = \frac{S}{-2\alpha \cdot E_{\text{Vol.}}(0) + E_{\text{Ob.}}(\text{def}, 0) \cdot \left(2\beta - \frac{4}{3}\alpha \right) + E_{\text{Coul.}}(\text{def}, 0) \cdot \frac{2}{3}\alpha}$$

Mit 5.3.5 kann man die innere Energie analytisch in ihren natürlichen Variablen Deformation und Entropie ausdrücken.

Man hat nun auch analytische Ausdrücke für das Temperaturverhalten der Barrieren an der Hand. Die isotherme Deformationsenergie

$$\begin{aligned} \Delta F_{\text{Def}}(T) = & (E_{00}(\text{def}, 0) - E_{00}(\text{sphär}, 0)) \cdot (1 - (\beta - \frac{2}{3}\alpha) \cdot T^2) + \\ 5.3.6 \quad & + (E_{\text{cul}}(\text{def}, 0) - E_{\text{cul}}(\text{sphär}, 0)) \cdot (1 - \frac{1}{3}\alpha \cdot T^2) \end{aligned}$$

nimmt wegen $\beta > \alpha$ mit wachsendem T ab (vgl. Fig. 5b), deswegen auch die isotherme Barriere. Die isotherme Größe $\Delta U_{\text{Def}}(T)$ wird aus den gleichen Gründen größer.

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{Def}}(T) = & (E_{00}(\text{def}, 0) - E_{00}(\text{sphär}, 0)) \cdot (1 + (\beta - \frac{2}{3}\alpha) \cdot T^2) + \\ 5.3.7 \quad & + (E_{\text{cul}}(\text{def}, 0) - E_{\text{cul}}(\text{sphär}, 0)) \cdot (1 + \frac{1}{3}\alpha T^2) \end{aligned}$$

Es ist aber nicht ebenso schnell klar, welches Temperaturverhalten die isentrope Deformationsenergie hat

$$5.3.8 \quad \Delta u_{\text{Def}}(S) = u_{\text{cul}+00}(\text{def}, T(S, \text{def})) - u_{\text{cul}+00}(\text{sphär}, T(S, \text{sphär})),$$

die man durch Einsetzen von 5.3.5 in 5.3.7 gewinnt.

Aus physikalischen Gründen sollte auch die isentrope Barriere eines Tropfens mit wachsender Anregung schließlich nicht mehr zunehmen, was aber eventuell erst außerhalb des Gültigkeitsbereiches der Approximation 5.3.1 geschieht. Man braucht aber auch in diesem Fall die Näherung 5.3.1 nicht weiterzutreiben, da für "unsere" schweren Kerne die Schaleneffekte bei den Barrieren stark über die Tropfeneinflüsse dominieren.

Man weiß von den isentropen Barrieren jedenfalls, daß sie weniger stark mit T zunehmen als diejenigen nach 5.3.7. Wegen 5.3.5 und $\beta > \alpha$ ist die isentrope Temperatur nämlich im sphärischen

Grundzustand, der eine minimale Oberflächen-Energie aufweist, am größten und kleiner auf dem Sattel. Weil die Volumen-Energie dominiert, ist der Unterschied aber nur gering. Eine Beispielrechnung für einen Tropfen der Massenzahl 240 ergab, daß die isotherme Barriere ab einer Temperatur von 4 MeV unter 0,5 MeV fällt, während die isentrope Barriere im Gültigkeitsbereich der Entwicklung 5.3.1 nicht kleiner wird als bei $T=0$.

Der bisherige Abschnitt 5.3 gibt uns auch eine Aussage über das Temperaturverhalten der starren Trägheitsmomente in die Hand, die wir später brauchen können. So lautet das sphärische Trägheitsmoment:

$$5.3.9 \quad \Theta_{\text{Tropfen}}^{\text{starr}}(\text{sphär}, T) \sim \frac{2}{5} m A^{\frac{5}{3}} \cdot r_0^2(T) \sim \frac{1}{r_0^2(0)} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \alpha \cdot T^2\right)$$

Eine Deformation des Tropfens ändert an dieser Proportionalität wiederum nichts. Man kann aus der Größe von α abschätzen, daß das Trägheitsmoment bei $T=2$ MeV nur um knapp 1% größer ist als bei $T=0$ MeV.

6 Welche Aspekte von Schwerionenreaktionen kann man mit dem bisherigen Modell beschreiben?

Die Berücksichtigung einer Kernrotation ist besonders bei Experimenten mit schweren Reaktionspartnern wichtig, bei deren Auswertung man mehrere konkurrierende Mechanismen feststellen kann. Projektil- und Target-Kern haben die Möglichkeit, einen längerlebigen Compoundzustand zu bilden oder über einen Precompound-Zustand, d.h. einen noch nicht zur Ruhe gekommenen Compoundzustand, schnell wieder zu zerfallen. Der Zerfall kann durch das Abdampfen von leichten Teilchen oder Spaltung in relativ gleichgroße Bruchstücke vor sich gehen. Andererseits beobachtet man viele Prozesse, bei denen die Reaktionspartner ihre Identität weitgehend behalten, aber einen großen Teil ihrer relativen kinetischen Energie verlieren.

In Abschnitt 6.3 diskutieren wir die für die verschiedenen Kanäle gemessenen Wirkungsquerschnitte und die Interpretation eines daraus abgeleiteten kritischen Drehimpulses. In Abschnitt 6.1 soll der Frage nachgegangen werden, inwiefern ein Rechnen im Rahmen der üblichen quasistatischen Thermodynamik gerechtfertigt ist.

6.1 Isentrope und isothermische Näherung

Die in Abschnitt 6 angeführten tief inelastischen Reaktionen sind ein markantes Beispiel dafür, in welchem Ausmaß Energie der kollektiven Bewegung in innere Freiheitsgrade gebracht werden kann. Ein solches Aufheizen ist sicher bei vielen Prozessen von momentaner und stark irreversibler Natur und deshalb

in einem statistischen Bild schwer zu beschreiben. Dies gilt in besonderem Maße bei Rechnungen, die sich auf den Zeitpunkt des Zusammenprallens und die unmittelbar folgende kurze Zeitspanne beziehen. Dagegen leben Precompound- und besonders Compoundzustände solange, daß sie ihre ursprüngliche Identität vergessen haben und zumindest teilweise ein Gleichgewicht ausbilden konnten.

Wir rechnen in dieser Arbeit von Anfang an unter der Voraussetzung der kollektiven Adiabaticität, daß die charakteristischen kollektiven Zeiten groß sind gegen die entsprechenden Nukleonenzeiten. Diese Näherung erlaubt das Auftragen eines effektiven Potentials und schließt gleichzeitig Übergänge an den Termtrichtern des intrinsischen Kerns, also die Elementar-Akte der Irreversibilität aus. Somit haben wir keine Möglichkeit, Nichtgleichgewichtsvorgänge und Irreversibilität zu behandeln. Es gibt aber gute Gründe dafür, daß bei den von uns durchgeführten Rechnungen eine thermodynamische Behandlung nicht unvernünftig ist:

Wir rechnen nur sehr schwere Kerne, bei denen die Strutinski-Barrieren sehr nahe bei einer sphärischen Gestalt liegen. Im ganzen von uns betrachteten Deformationsgebiet finden wir keinen Potentialunterschied von mehr als 20 MeV, während uns ein Blick auf die Tropfen-Energiekarte in Figur 5a ($A=292$) zeigt, daß das Potential an der durch $c=2$ charakterisierten Zerreiß- bzw. Fusionslinie um über 100 MeV ansteigt. Dies soll unser Argument für die Annahme sein, daß die Kerne beim Überwinden der Schwelle bei $c=2$ angeregt werden, daß aber im schwach deformierten Gebiet keine Dissipation mehr auftritt.

Aussagen über den Eingangskanal wollen wir nicht machen, dazu ist auch nach Kapitel 5 unsere Oberflächenparametrisierung nicht geeignet (wegen der Nichtbehandlung von Massenasymmetrie).

Bisher haben wir in Kapitel 4.1 nur die Zustandssumme für den Hamiltonoperator ohne Rotations- und kinetischen Deformationsanteil angegeben. Für die Energie wurde das schon korrigiert, wir müssen aber auch die gesamte Entropie des Kerns betrachten. Diese kann, da H separiert, als Summe geschrieben werden.

$$S_{\text{Ges}} = S_{\text{inh. + Defo.}} + S_{\text{rot.}}$$

Die kollektive Rotation bedeutet für die Entropie ein Zusatzglied $S_{\text{rot}} = \ln(2J+1)$, das um einen Faktor A kleiner ist als die anderen. Der kinetische Einfluß der Deformation kann für den bei uns vorliegenden Fall $A^{1/3} \gg 1$ nach dem Thomas-Fermi-Modell abgeschätzt werden. Nach G. Süßmann (SÜ54) kann man die durch eine kollektive Deformationsbewegung verursachte Verminderung der Gesamtentropie vernachlässigen, solange gilt

$$\frac{1}{6} \text{ MeV} \approx \frac{\epsilon_F}{A} < T \ll \epsilon_F \approx 50 \text{ MeV} .$$

Wir haben auf etwas größere Weise als dieser Autor die Deformation durch überzählige Freiheitsgrade parametrisiert, wollen aber analog annehmen, daß alle Entropien der Einteilchenbewegung und Deformation schon im Ausdruck 4.1.2 enthalten sind.

Aus den in Abschnitt 4.6 genannten Gründen muß man im Rahmen einer Strutinski-Rechnung auch die Kernentropie renomieren.

$$6.1.1 \quad S(\text{def}, T) = S_{\text{Tropfen}}(\text{def}, T) + S_{\text{Schalen}}(\text{def}, T) - \tilde{S}_{\text{Schalen}}(\text{def}, T)$$

Dabei kann man die letzte Beziehung nach der Temperatur auflösen, weil die nichtmonotone Schalenkorrektur kleiner ist als der lineare Tropfen-Anteil (Figur 6e). Man kann also die freie bzw. die innere

Energie des Kerns ohne den kinetischen Deformationsanteil

$$6.1.2 \quad F(\text{def}, T) = F_{\text{intrin.}}(\text{def}, T) + \frac{\hbar^2 \cdot J \cdot (J+1)}{2\Theta_K(\text{def}, T)}$$

$$6.1.3 \quad U(\text{def}, S) = U_{\text{intrin.}}(\text{def}, S) + \frac{\hbar^2 \cdot J \cdot (J+1)}{2\Theta_K(\text{def}, S)}$$

als Funktion der natürlichen Variablen T bzw. S ausrechnen. Beide Ausdrücke bestimmen das Potential für die kollektive Bewegung, die unter der Bedingung $J = \text{const}(t)$ ablaufen soll. Aus ihnen lassen sich die konservativen Kräfte

$$6.1.4 \quad K = - \left(\frac{\partial F(\text{def}, T)}{\partial s}, \frac{\partial F(\text{def}, T)}{\partial c} \right) \Big|_{T=\text{const}}, \quad K = - \left(\frac{\partial U(\text{def}, S)}{\partial s}, \frac{\partial U(\text{def}, S)}{\partial c} \right) \Big|_{S=\text{const.}}$$

ableiten, deren Definitionsgleichungen in Analogie zu den Beziehungen für den Gasdruck geschrieben wurden.

$$P = - \frac{\partial F}{\partial V} \Big|_{T=\text{const.}}, \quad P = - \frac{\partial U}{\partial V} \Big|_{S=\text{const.}}$$

Man könnte meinen, daß die Berechnung von innerer und freier Energie von gleichem Wert sei, da beide bei gegebenem Kernzustand die gleiche, in unserem Fall zweikomponentige Kraft ergeben. Dies ist aber insofern nicht richtig, als unsere Gleichungen uns noch keine Aussage darüber erlauben, welcher thermodynamische Zustand beim Ablauf der Dynamik bei einer bestimmten Deformation erreicht wird. Wenn dies der Fall wäre, wäre es gleichgültig, mit welcher Formel man dann die Kraft ausrechnete, wir aber müssen aus physikalischen Überlegungen abschätzen, wie hoch z.B. die Temperatur auf dem Sattel wird, wenn sie im Grundzustand vorgegeben ist. Dazu bieten sich der isotherme und der isentrope Prozeß als deshalb einfach

zu rechnende Näherungen an, weil man die Kräfte direkt aus den Steigungen der jeweiligen Energiefläche ablesen kann und nicht infinitesimal benachbarte Hyperflächen mitberücksichtigen muß. Die Annahme einer zeitlich konstanten Temperatur setzt die Existenz eines Wärmebades voraus. Da ein solches nicht zu finden ist, ja ein Compoundkern vielmehr als abgeschlossenes System angesehen werden muß, ist es offensichtlich angemessener, die Spalt-Barrieren aus einem Deformationsplot $U(S=\text{const}(\text{Defo.}), J=\text{const.})$ abzulesen. Zum Vergleich werden wir auch die Auftragung $F(T=\text{const}(\text{Defo.}), J=\text{const.})$ betrachten.

Anders als bei der Berechnung der spontanen Spaltung können wir nicht unbedingt davon ausgehen, daß der betrachtete Kern einmal im Potentialminimum vorliegt. Deshalb sind die kritischen Drehimpulse, die man durch das Verschwinden der Barrieren bestimmt, als obere Grenzwerte zu betrachten.

6.2 Abschätzung der maximal möglichen Temperaturen aus dem Experiment

Bis heute wurden schon eine ganze Reihe von Experimenten mit sehr schweren Ionen durchgeführt. Wir bezogen unsere numerischen Rechnungen auf die folgenden Krypton- bzw. Argon-Experimente

Exp.1:	$^{84}_{36}\text{Kr}$	auf	$^{186}_{74}\text{W}$	:	$^{270}_{110}\text{X}$
Exp.2:	$^{40}_{18}\text{Ar}$	auf	$^{238}_{92}\text{U}$	:	$^{278}_{110}\text{X}$
Exp.3:	$^{84}_{36}\text{Kr}$	auf	$^{209}_{83}\text{Bi}$	:	$^{293}_{119}\text{X}$
bzw.	$^{84}_{36}\text{Kr}$	auf	$^{208}_{82}\text{Pb}$	:	$^{292}_{118}\text{X}$
Exp.4:	$^{84}_{36}\text{Kr}$	auf	$^{238}_{92}\text{U}$	:	$^{322}_{128}\text{X}$

Dabei berechneten wir die angegebenen neutronenarmen Compound-konfigurationen und nicht daraus eventuell entstehende, die näher an der Linie der β -Stabilität liegen. Man nennt diesen Fall "First-Chance-Fission".

Wir rechneten den Bereich an Laborenergien, bei denen die Experimente E1 und E2 durchgeführt wurden, um in Schwerpunktsenergien über der experimentellen Coulombschwelle. Diese sahen wir als maximale Anregungsenergien an, solange man die Rotationsenergien dagegen vernachlässigen kann. Dann verwendeten wir den Zusammenhang zwischen Anregungsenergie und Kerntemperatur, wie er nach Lang und Le Couteur in Thomas-Fermi-Näherung besteht.

$$6.2.1 \quad E^* = \frac{A}{8 \text{ MeV}} \cdot T^2 - T, \quad E^* \text{ und } T \text{ in MeV}$$

Mit dieser Formel schätzten wir für die Maximaltemperaturen einen Bereich von 1,0 bis 2,5 MeV ab:

Experiment	Lab.-En. (MeV)	E_{CM} über d. Coul.-Schw.	Max.Temp. (MeV)
$^{84}_{Kr} \quad ^{186}_{W}$	492	55	} 1,0-2,5
$^{40}_{Ar} \quad ^{238}_{U}$	250-415	41-169	
$^{84}_{Kr} \quad ^{209}_{Bi}$	500-712	63-214	
$^{84}_{Kr} \quad ^{208}_{Pb}$	494-718	61-221	
$^{84}_{Kr} \quad ^{238}_{U}$	500-605	51-128	

Referenzen für die Experimente finden sich in Tabelle 2 auf der übernächsten Seite und bei Ha77. Die Coulombschwelle wurde hier und in Tab.2 mit der Formel für zwei Kugeln berechnet.

$$E_{Coul} = \frac{Z_1 Z_2 \cdot e^2}{[1,225 \cdot (A_1^{1/2} + A_2^{1/2}) + 2] f_m}$$

Wir dürfen hoffen, daß in diesem Temperaturbereich die verwendete Entwicklung der Tropfenenergien noch gut ist, andererseits sehen wir aus Figur 6a, daß die Schalenkorrekturen bei $T = 2$ MeV schon klein sind, während sie bei 0,5 bis 1,0 MeV ihren Maximalwert erreichen. Bezüglich der letzteren rechnen wir also in einem interessanten Übergangsbereich.

6.3 Aus dem Experiment abgeleitete kritische Drehimpulse

Man findet in den Arbeiten über Schwerionenexperimente eine Vielzahl von Benennungen für die verschiedenen Reaktionsmechanismen. Wir wollen uns an die Sprechweise halten, wie sie von M.Lefort im letzten Jahr anlässlich eines Konferenz-Vortrages vorgeschlagen wurde (Le76). In Figur 7a sind die Prozesse zusammen mit einer geschätzten Zeitskala aufgetragen. Dabei faßt Lefort die längerlebigen Precompound- und Compound-Konfigurationen unter dem Namen "Complete Fusion" zusammen. Der zugehörige Wirkungsquerschnitt ist die Summe aus Spaltquerschnitt und Teilchenabdampfungsquerschnitt $\sigma_{CF} = \sigma_{FISS} + \sigma_{ER}$ und wird zur Definition eines kritischen Drehimpulses herangezogen. Dieser begrenzt nach dem sog. "Sharp-Cutoff-Modell" das Zustandekommen von "Complete Fusion".

$$\sigma_{CF}^{exp} = \pi \cdot \chi^2 \cdot \sum_{j=0}^{j_{krit}} (2j+1) = \pi \cdot \chi^2 \cdot (j_{krit}+1)^2$$

Die experimentellen Ergebnisse für die von uns betrachteten Reaktionen lauten:

Tabelle 2

Experiment	E_{CM} (MeV)	E^*	σ_{ER}	$\tilde{\sigma}_{Fiss}$ (mb)	σ_{CF}	$J_{krit,h}$	J_{max}	Literatur
$^{84}Kr \rightarrow ^{186}W$	339	72	-	-	150 ± 76	65 ± 15	-	PNT75
$^{40}Ar \rightarrow ^{238}U$	214	41	0	516	516	76	116	TNPH75
	257	84	0	1036	1036	117	164	"
	342	169	0	1330	1330	150	230	Si68
$^{84}Kr \rightarrow ^{209}Bi$	357	63	-	-	< 40	< 35	-	PNT75
	374	81	-	-	< 40	< 35	-	"
	428	134	-	-	200 ± 60	27 ± 13	-	Wo74
$^{84}Kr \rightarrow ^{238}U$	370	51	-	-	< 10	< 17	-	PNT75
	447	128	-	-	55 ± 15	46 ± 7	-	KNS74

Man sieht, daß bei Kr- Reaktionen nur ein ganz kleiner Teil des gesamten Reaktionsquerschnitts auf $\tilde{\sigma}_{Fiss}$ entfällt und der Rest auf tief inelastische Vorgänge. Dieser Unterschied zu Ar- Reaktionen kann mit Hilfe der sogenannten Reibungsmodelle eingesehen werden. (Vgl. z.B. GKD75.)

Als gemeinsamer Zug bei allen Reaktionen ist ein Anwachsen des kritischen Drehimpulses mit der Einschußenergie bemerkenswert. Man kann sich dies auf einfache Weise plausibel machen, wenn man berücksichtigt, daß die effektive Fusionsbarriere im Schwerpunktsystem einen Zentrifugalanteil enthält. Sie wird bei einem kritischen Drehimpuls für eine bestimmte Einschußenergie unbezwingbar, kann aber bei einer höheren Energie wieder überwunden werden.

Es stellt sich die Frage, ob die obigen kritischen Drehimpulse für eine "Complete Fusion" mit den von uns berechneten verglichen werden können, die aus dem Verschwinden der Spaltbarrieren bestimmt sind. Cohen, Plasil und Swiatecki haben in der in Kapitel 2

vorgestellten Arbeit (CPC72) und in folgenden Veröffentlichungen (FlE174) das Spaltbarrierenkonzept für rotierende Tropfen (mit Erweiterungen) verwendet, um σ_{ER} zu bestimmen, d.h. den Querschnitt für ein Überleben der Spaltung (vgl. Figur 7b). Nach Lefort (Le76) und Nörenberg-Weidenmüller (NöWe76) versagt das Konzept aber bei der Bestimmung von σ_{CF} , etwa nach einer Formel

$\sigma_F = \pi \cdot \chi^2 \cdot (J_{krit}(B_f=0) + 1)^2$, da die Reaktion im Eingangskanal entlang einem anderen Pfad abläuft. Darauf hat auch W. Swiatecki (Sw72) hingewiesen, entscheidend aber war das experimentelle Ergebnis, daß zwei unterschiedliche Reaktionen, die zum selben potentiellen Compoundkern führten, unterschiedliche kritische experimentelle Drehimpulse ergaben.

Wenn wir also die experimentellen J_{krit} -Werte auch nicht unseren Rechenergebnissen für $J_{krit}(B_f=0)$ direkt gegenüber stellen können, so können wir doch aus ihnen ablesen, wieviel Drehimpuls einem sich bildenden Compoundkern bei einer bestimmten Laborenergie maximal mitgegeben werden kann. Wenn man über eine plausible Abschätzung der dabei auftretenden Anregung E^* verfügt, muß $J_{krit}^{exp}(E) > J_{krit}(E^*, B_f=0)$ gelten, sonst ist der betrachtete Compoundkern gegen Rotation unempfindlich. Leider ist nicht sicher, wie sich die Anregung als Funktion der Einschußenergie verhält.

Bei unseren Rechnungen fielen die kritischen Drehimpulse mit zunehmender Anregung (vgl. Kap. 8). Dies steht in Übereinstimmung mit der Tatsache, daß dabei die Schalenkorrekturen zusammenbrechen, und daß die betrachteten Kerne keine oder kaum Tropfenmodell-Barrieren aufweisen.

7 Ist eine Strutinski-Mittelung der Cranking-Trägheitsmomente notwendig?

Da man bei der Bestimmung der Cranking-Trägheitsmomente ganz im Einteilchenbild bleibt, muß gefragt werden, ob diese Einseitigkeit bei der Berechnung der Rotationsenergie gerechtfertigt ist, wo sie doch beim rotationsfreien Teil der Energie wenig erfolgreich war.

Die Mittelungsvorschrift nach Strutinski 4.5.1 kann auf die Erwartungswerte aller Einteilchenoperatoren Q

$$7.1.1 \quad \langle Q \rangle = \sum_p Q_{pp} n_p$$

angewendet werden. Das Trägheitsmoment θ_{crank} ist zwar kein solcher Operator, aber doch eine Funktion der Besetzungszahlen, die nach 4.4.1 bei Vernachlässigung der Paarkraft die gleiche Form hat, auch für $T > 0$. Bei Berücksichtigung der Paarung dagegen treten die Besetzungszahlen quadratisch auf, so daß kein Ausdruck wie in 7.1.1 mehr vorliegt. Man kann aber auch dann noch die Doppelsumme in 4.4.1 durch ein Doppelintegral $\int d\epsilon \int d\epsilon' g(\epsilon) g(\epsilon')$ ersetzen und die Energien $E_p = \sqrt{(\epsilon_p - \lambda)^2 + \Delta^2}$ durch Ausdrücke der Form $E(\epsilon) = \sqrt{(\epsilon - \lambda)^2 + \Delta^2}$, müßte aber die Mittelungseigenschaften dieser Methode noch testen.

Fraundorfer und Pashkevich (FrPa73) haben der Einfachheit halber Testrechnungen zur Mittelung im ungepaarten Fall skizziert, so wie oben angegeben ist. Sie äußerten die Hoffnung, daß eine Mittelung unter Berücksichtigung der Paarung die Übereinstimmung der Cranking-Momente mit dem Experiment verbessern könnte.

Bis zum letzten Jahr wurde eine solche Prozedur in keiner Veröffentlichung mehr erwogen. Der Grund dafür ist in der Tatsache

zu sehen, daß die BCS-Cranking-Werte die experimentellen Grundzustandsbanden bis auf etwa 10% genau erklären, während die möglichen makroskopischen Mittelungen, nämlich starre Tropfen-Rotation und wirbelfreie Strömung, um einen Faktor 2 zu hohe bzw. um einen Faktor 5 zu niedrige Trägheitsmomente liefern. Während also bei den Energien die Schalenkorrektur und die Paarkorrektur tatsächlich nur einen kleinen Teil des Gesamtbetrages ausmachen, müßten die Korrekturterme jetzt von der gleichen Größenordnung sein wie der klassische Term.

Für dieses Größenverhältnis ist in erster Linie die Bildung von Nukleonenpaaren verantwortlich. Rechnet man mit abgeschalteter Paarkraft, was nach Kapitel 4 bei hoher Anregung und hohen Drehimpulsen sinnvoll wird, so erhält man wesentlich höhere Cranking-Momente. Bohr und Mottelson (BoMo55, BoMo75) haben für einen nichtsphärischen, triaxialen harmonischen Oszillator (ohne ℓ -s- und ℓ^2 -Term) analytisch die Gleichheit von starrem quantenmechanischen und Cranking-Trägheitsmoment gezeigt. (Unter der Voraussetzung gleicher Anisotropie von Dichte und Äquipotentiallinien). Ein ähnlicher Beweis für allgemeinere Potentiale ist noch nicht gelungen, obwohl man meinen könnte, daß auch für solche die gleiche Aussage gilt.

In Figur 3 finden wir ein Beispiel für das Temperaturverhalten der Funktion $\Theta_{\text{Cranking}}^{\perp}(\text{Deform}, T)$ beim Kern ${}_{118}^{292}\text{X}$. Diese Funktion wächst ab einer Temperatur von etwa 0,5 MeV, bei der alle Paarung zusammengebrochen ist, stark an und strebt gegen einen Grenzwert, der z.B. bei der Deformation des zweiten Sattels um einen Faktor 1,38 höher liegt als das starre Trägheitsmoment des zugehörigen Tropfens. Das entsprechende starre Schalenmodell-

Trägheitsmoment $\int d^3\vec{x} \cdot r_{\perp}^2 \cdot \rho_{\text{Schalen}}(\vec{x})$ rechneten wir wegen der damit verbundenen numerischen Mühen nicht aus, wir verweisen aber auf Andersson et al (An76), die in Beispielrechnungen nur Abweichungen von 1 - 2% zwischen dem starren Tropfen-Moment und dem starren Schalenmodell-Moment erhielten. (Nach Formel 5.3.9 hängt ersteres nur sehr schwach von der Temperatur ab, und auch für das letztere kommt man zur gleichen Abschätzung.)

Man kann für einen Sättigungswert des Cranking-Moments, der um so viel über dem starren liegt, keine physikalische Begründung finden und sucht deshalb bestürzt nach der Ursache. Die Autoren der Arbeit "Funny Hills" (Fu72) erhielten einen starren Sättigungswert dadurch, daß sie vorher die Oszillatorkonstante ihres Nilsson-Potentials vom üblichen Wert $41 \cdot \bar{A}^{-1/3}$ MeV auf $55 \cdot \bar{A}^{-1/3}$ MeV vergrößerten. (Dies ist für uns nicht möglich, da es die Bindungsenergien verfälscht.) In der gleichen Arbeit wurden auch Parallel-Rechnungen mit einem Woods-Saxon-Potential durchgeführt. Diese ergaben nach einer Mittelung von M.Brack ohne jeden weiteren Fit eine Übereinstimmung mit den starren Werten bis auf 1 - 2%, so daß eine Besonderheit von unendlich hohen Potentials vorliegen muß, die durch den dabei üblichen Korrekturterm $\sim l^2$ zustande kommt (Br76). Für seine Rechnungen gab Herr Brack uns den Einfluß des l^2 -Terms mit 40% und den des l_s -Terms mit 1 - 2% vom starren Wert an. (Eine Thomas-Fermi-Abschätzung findet man in (BrJe76).)

Ein Abschalten der beiden Terme im Albrecht-Potential 5.2.2 durch $0 = \mu(r) = \mu(0) \cdot \bar{c}^2$ und $0 = \chi(r) \approx \chi(0)$ führte zum folgenden Ergebnis:

Tabelle 3a:

Abhängigkeit des Cranking-Trägheitsmoments von der l^2 -
und der $1s$ -Korrektur zum Potential, $\frac{\Theta}{h^2}$ in MeV^{-1}

$^{292}_{118}\text{X}_{s=.6, c=.6}$ (≈ 2 . Sattel)	mit l^2 -Term mit $1s$ -Term	ohne l^2 -Term mit $1s$ -Term	ohne l^2 -Term ohne $1s$ -Term
$\frac{1}{h^2} \Theta_{\text{cranking}}^{\perp} \left(\begin{smallmatrix} \text{Sattelschwingung} \\ \text{wert} \end{smallmatrix} \right)$	334,1 (Faktor 1,38)	247,9 (Faktor 1,03)	231,6 (Faktor 0,96)
$\frac{1}{h^2} \Theta_{\text{cranking}}^{\perp} (T=0, \Delta>0)$	152,3	161,8	154,6
$\frac{1}{h^2} \Theta_{\text{starr}}^{\perp} (\text{Tropfen})$	241,6 (Faktor 1,00)		
$\frac{1}{h^2} \Theta_{\text{starr}}^{\perp} (\text{Thomas-Fermi})$	234,0 (Faktor 0,98)		
$\frac{1}{h^2} \Theta_{\text{starr}}^{\perp} (\text{Thomas-Fermi})$	235,2 $\cdot \alpha=1$	mit approximativem l^2 -Zusatz- glied im Th.-F.-Potential $\alpha \cdot \hbar \omega_0 \cdot \kappa \cdot \mu \cdot r^2 \cdot p^2 \cdot \frac{1}{2}$	
	257,9 $\cdot \alpha=20$		
	416,7 $\cdot \alpha=100$		

Unsere Rechnungen bestätigen also den großen Einfluß der Dreh-
impulskorrektur, obwohl diese nur mit einem sehr kleinen Faktor
 $\kappa \cdot \mu$ angekoppelt ist und noch um einen von der Oszillator-
schale abhängigen Term vermindert wird. Offensichtlich verbessert
diese Korrektur zwar die Übereinstimmung der Niveaus mit den
experimentellen Werten, indem sie ein Oszillator-Potential etwas
kastenförmiger macht, ändert aber dabei die Eigenvektoren zu sehr.
Der Effekt hat bei uns etwa die gleiche Größe wie bei Brack, ist
aber bei vorhandener Paarung, wie bei $T = 0$, viel schwächer.
Bei $T = 0$ vermindert die l^2 -Korrektur das Cranking-Moment um
etwa 6%, sie könnte also mit ein Grund sein für die im Vergleich
zum Experiment systematisch zu niedrigen Cranking-Werte.

Der beste Weg zur Beseitigung der unphysikalischen Folgen des ℓ^2 -Terms wäre ohne Zweifel die Konstruktion eines verbesserten Ersatzterms, falls dies gelingen sollte. Natürlich kann man auch erwarten, daß bei einer Strutinski-Mittelung der mittlere Fehler der Trägheitsmomente verschwindet. Zum einen ist aber diese Prozedur im gepaarten Fall nicht möglich, und zum andern ist sie im ungepaarten Fall nicht wie bisher zur Beschreibung von Kerneigenschaften gedacht, die über den Energieansatz 4.0.1 hinausgehen, sondern zur Korrektur einer Besonderheit beim Nilsson-Potential, die beim Woods-Saxon-Potential nicht auftritt.

Welche Möglichkeiten bleiben sonst? Beim Albrechtschen Potential fällt der Vorfaktor zum ℓ^2 -Term, und damit auch der Einfluß dieser Korrektur, exponentiell mit der Einschnürung, wie wir im Abschnitt 5.2 erläuterten. Die folgende Tabelle zeigt, daß die Tatsache sich auch bei den Cranking-Momenten wiederfindet, so daß wir letztere nicht einfach mit einem deformationsunabhängigen Faktor renormieren können.

Tabelle 3b Trägheitsmomente im Potential 5.2.1 im Verhältnis zu starren Tropfenträgheitsmomenten

Deformation Verhältnis	s=0.0 c=0.0 (Kugel)	s=0.0 c=1.0	s=0.6 c=0.0	s=0.6 c=1.0
$\frac{\Theta_{\text{crank}}^{\perp}(\text{Sättigung, Defo.})}{\Theta^{\perp}(\text{Tropfen, Defo.})}$	1,28	1,03	1,75	1,10
$\frac{\mu(c)}{\mu(c=0)} = e^{-c^2}$	1,0	0,37	1,0	0,37

Man könnte jedoch mit einer deformationsabhängigen Renormierung der Form

$$\Theta_{\text{physikalisch}}^{\perp}(\text{Defo.}) = \Theta_{\text{cranking}}^{\perp}(\text{Defo.}) \cdot \frac{1}{f(\text{Defo.})}$$

$$f(s, c) = 1 + e^{-2c^2} \cdot (0,28 + \frac{s}{0,6} \cdot (1,75 - 1,28))$$

- zumindest für die vier in der Tabelle angegebenen Deformationen - auf den starren Tropfen normieren. Der Faktor $f(s, c)$ enthielte allerdings eine Abhängigkeit von der Elongation s , die man nicht ohne weiteres aus der Form der ℓ^2 -Korrektur ablesen und deshalb auch nicht als spurios identifizieren kann. Wir werden für unsere Rechnungen auf eine Renormierung dieser Art verzichten, da sie zu unbestimmt ist, und da man nicht weiß, welchen Teil der realistischen Schaleneffekte man wegnormieren würde. Vielmehr werden wir die unkorrigierten Cranking-Trägheitsmomente verwenden. Unser Argument dafür soll sein, daß ein Faktor 1,38 beim Trägheitsmoment für die Rotationsenergie nur einen um einen Faktor 1,13 zu niedrigen Wert bedeutet, und daß ferner die Wirkung des ℓ^2 -Terms bei der Einschnürung $c=1$ verschwunden ist. Der ℓ^2 -Term wird also das Potentialgebirge in c -Richtung verändern, in der es sowieso relativ "weich" ist (AL76), während die Barrieren in erster Linie durch das Verhalten in Richtung der Elongation bestimmt sind.

Der Weg einer Strutinski-Normierung der Rotationsenergie wurde von der Gruppe in Lund (An76) eingeschlagen. Diese Gruppe verwendet keine Cranking-Trägheitsmomente, sondern löst für einen triaxialen harmonischen Oszillator ohne Paarung und Anregung die allgemeinsten Gleichungen im Kurbelmodell.

$$(H - \hbar \omega j_K) \cdot \psi_p^\omega = \varepsilon_p^\omega \cdot \psi_p^\omega$$

$$\langle \psi(\psi_p^\omega) | j_K | \psi(\psi_p^\omega) \rangle = j_0$$

$$E(j_0) = \sum_p \varepsilon_p^\omega + \hbar \omega j_0$$

$$\Theta_{\text{dynamisch}}^{\perp} = \frac{\hbar^2 \cdot j_0 \cdot (j_0 + 1)}{2(E(j_0) - E(j=0))}$$

Trotzdem finden diese Autoren "dynamische" Trägheitsmomente, die um den gleichen Betrag zu groß sind wie unsere. Wir wollen die von (An76) praktizierte Strutinski-Methode kurz skizzieren, da sie eine Verallgemeinerung der bisherigen darstellt. Die Autoren führen neben der üblichen Verschmierungsfunktion

$$\tilde{g}_{normal}(e^w) = \int_{-\infty}^{\infty} de F(e^w - e) \cdot \sum_{p=1}^{p_F} \delta(e^w - e_p^w)$$

eine neue ein

$$\tilde{g}_{neu}(e^w) = \int_{-\infty}^{\infty} de F(e^w - e) \cdot \sum_{p=1}^{p_F} \langle p | j_{\mu} | p \rangle \cdot \delta(e^w - e_p^w)$$

und erhalten die verschmierte Energie zu

$$\tilde{E}(j_0) = \int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}} de^w \cdot e^w \cdot \tilde{g}_{normal}(e^w) + \hbar \omega \cdot \int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}} de^w \tilde{g}_{neu}(e^w) .$$

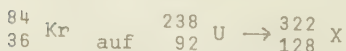
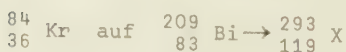
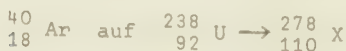
Der verschmierte Anteil der Rotationsenergie wird dann durch die Rotationsenergie eines starren Tropfens ersetzt.

8 Ergebnisse

8.0 Übersicht

In den Kapiteln 1 bis 7 diskutierten wir die Problematik der Behandlung einer kollektiven Bewegung des Kerns und zogen uns auf die Bestimmung eines adiabatischen Potentials zurück, sowohl bezüglich der Spaltung als auch bezüglich der Rotation. Wir erweiterten die mikroskopisch-makroskopische Behandlung dieses Potentials auf den Fall angeregter Systeme. Dabei begründeten wir unsere Annahme eines thermodynamischen Gleichgewichts und betrachteten den isothermen und isentropen Prozeß. Wir gaben eine Vorschrift zur Behandlung des "Coriolis-Anti-Pairing"-Effektes an und diskutierten die physikalische Notwendigkeit für eine Strutinski-Renormierung der Trägheitsmomente. Eine Abschätzung wurde angegeben. Im folgenden wenden wir dieses Modell an. Die dabei von uns verwendeten numerischen Verfahren werden in Anhang 1 besprochen.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels skizzieren wir kurz Testrechnungen zum Kern ^{240}Pu , der schon öfter behandelt wurde. Vom zweiten Abschnitt ab befassen wir uns dann mit den in 6.3 erwähnten Compoundkernen $^{270}_{110}\text{X}$, $^{278}_{110}\text{X}$, $^{292}_{118}\text{X}$ und $^{322}_{128}\text{X}$, die zu den folgenden Experimenten gehören.



Wir berechneten auch den vermutlich doppelt magischen, hypothetischen Kern $^{298}_{114}\text{X}$, da für diesen schon kritische Drehimpulse zum nicht angeregten Zustand veröffentlicht wurden. Zuerst betrachten wir die angeregten Kerne ohne Rotation. Im Abschnitt 8.2 diskutieren wir dann als wesentlichen Punkt, warum das Verhalten der Spaltbarrieren als Funktion der Anregung beim isothermen und beim isentropen Prozeß unterschiedlich ist (Tab. 5a u. 5b). Dabei gehen wir noch nicht auf die quantitativen Barrierenhöhen der verschiedenen Kerne ein. Diese werden erst in 8.3 zusammen mit den Deformationen der Extremalkonfigurationen beurteilt und mit den Daten anderer Autoren verglichen, soweit solche für die kalten Kerne vorliegen.

In Abschnitt 8.4 beschreiben wir unsere quantitativen Ergebnisse für den "Coriolis-Anti-Pairing"-Effekt nach 4.3 und diskutieren die in den Tabellen 7a und 7b enthaltenen Ergebnisse für die kritischen Drehimpulse. In 8.5 wollen wir genauer auf das Drehimpulsverhalten der Barrieren eingehen und vergleichen unsere J_{krit} -Werte bei $T=0$ mit den beiden vorliegenden Vergleichsrechnungen.

8.1 Cranking-Testrechnungen für den kalten Kern ^{240}Pu

Wie in Anhang A1d beschrieben ist, berechneten wir die Cranking-Trägheitsmomente 3.1.8 für die kräftefreien Extremaldeformationen des Kerns ^{240}Pu , die von Albrecht (Al73) angegeben wurden. Für den Kern existieren Meßwerte zum Grundzustand (LHP67) und zum zweiten Minimum (Sp72) sowie Rechenergebnisse von drei Veröffentlichungen. Wir vergleichen diese Zahlen in der folgenden Tabelle 4 mit unseren Werten.

Tabelle 4

^{240}Pu	$\frac{\Theta_{\text{cranking}}}{\hbar^2}$ in MeV^{-1} , Deformation(eingeklammert)			
	1. Minimum	2. Minimum	1. Barriere	2. Barriere
unsere Rechng.	47,6 (s=0,28 c=0,0)	146,2 (s=0,85 c=0,0)	82,2 (s=0,55 c=0,0)	212,1 (s=1,4 c=1,2)
starrer Tropfen (bei gleicher Deformation)	148,9	136,7	170,1	301,4
Krummlinde (Kr71)	68,0	83,7	—	—
(Fu72) (Deform. umger.)	55,5 (s=0,2 c=0,0)	144 (s=0,6 c=0,5)	90 (s=0,45 c=0,85)	225 (s=0,75 c=0,4)
(MuKu75) (Deform. umger.)	55,5 (s=0,2 c=0,0)	114,1 (s=0,65 c=0,0)	78,9 (s=0,4 c= ?)	189,1 (s=0,9 c= ?)
Experiment	70,	150,	—	—

Laut Tabelle 4 stehen die von uns berechneten Cranking-Werte in guter Übereinstimmung mit dem Experiment und mit den Vergleichsrechnungen. Die auftretenden Unterschiede zwischen den theoretischen Rechnungen sind durch die verschiedenen Einteilchenpotentiale und die unterschiedliche Oberflächen-Parametrisierung zu erklären. Wir haben in Tabelle 4 zum Vergleich auch die umgerechneten Deformationen aus den anderen Arbeiten angegeben, soweit sie zu finden waren. Die Elongationen der Zustände in den Potentialminima und auf dem ersten Sattel stimmen leidlich überein, die Einschnürungen dagegen weniger. Dies spiegelt die Tatsache wieder, daß die Einteilchenenergien stärker von der Elon-

gation als von der Einschnürung abhängen. Auf dem zweiten Sattel sind auch die Elongationen recht unterschiedlich, was sich aber kaum auf die Größe der Trägheitsmomente auswirkt.

8.2 Das Verhalten der Spaltbarrieren bezüglich der Kernanregung

für die rotationsfreien Compoundzustände $\begin{matrix} 270 & 278 & 292 \\ 110 & 110 & 118 \end{matrix}$ X, $\begin{matrix} 298 \\ 114 \end{matrix}$ X und $\begin{matrix} 322 \\ 128 \end{matrix}$ X.

Wir haben die Barrieren für die in 6.1 besprochenen isothermischen bzw. isentropen Prozesse in den folgenden Tabellen 5a bzw. 5b aufgetragen. (Vgl. auch die Höhenlinienbilder H(3) bis H(16) und die Übersicht über diese Auftragungen auf S132.)

Tabelle 5a

Barrieren aus dem Potential $F(T=\text{const}(\text{Defo}))$ des isothermen Prozesses (in MeV)

Com-pound-Kern	Temperatur in (MeV)									
	0,0		0,5		1,0		1,5		2,0	
	Bar.		Bar.		Bar.		Bar.		Bar.	
	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.
$^{270}_{110}\text{X}$ (ohne Paarg.)	3,7 (7,2)	0 (0,5)	2,3 (5,7)	0 (0)	1,6	0	0,2	0	0	0
$^{278}_{110}\text{X}$ (ohne Paarg.)	2,6 (6,4)	0,7 (0)	2,0 (4,7)	0 (0)	1,1	0	0	0	0	0
$^{292}_{118}\text{X}$ (ohne Paarg.)	5,3 (8,6)	1,8 (3,5)	4,0 (5,2)	0 (1,7)	1,3	0	0,2	0	0,15	0
$^{298}_{114}\text{X}$ (ohne Paarg.)	5,6 (9,4)	1,8 (5,2)	-	-	-	-	-	-	-	-
$^{322}_{128}\text{X}$ (ohne Paarg.)	8,0 (13,8)	0 (0,3)	- (6,0)	- 0	1,4	0	0,9	0	0,4	0
$^{280}_{114}\text{X}$	2,3 -	2,3 -	-	-	-	-	-	-	-	-

"-" = Wert nicht berechnet.

Wir haben die Begriffe "innere und äußere Barriere" sowie die Vorschrift zum Messen der zugehörigen Höhen in der "Übersicht über die Figuren" präzisiert (S107).

Tabelle 5b

Barriere für den isentropen Prozeß

Com- pound- Kern	Temperatur bei sphärischer Gestalt									
	0,0		0,5		1,0		1,5		2,0	
	Barriere		Barriere		Barriere		Barriere		Barriere	
	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.
270 _X 110 _X	3,7	-	-	-	7,5	-	3,2	-	1,0	-
		0		-		0		0		0
278 _X 110 _X	2,6	-	-	-	7,0	-	3,4	-	0,9	-
		0,7		-		0		0		0
292 _X 118 _X	5,3	-	-	-	6,1	-	1,7	-	0,5	-
		1,8		-		2,4		0,6		0
298 _X 114 _X	5,6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		1,8		-		-		-		-
322 _X 128 _X	8,0	-	-	-	8,1	-	3,1	-	0,8	-
		0		-		0,4		0		0

"-" $\hat{=}$ Wert nicht berechnet.

An den Tabellen 5a und 5b fällt zweierlei unmittelbar auf. Zum einen fallen die Barrieren nicht monoton mit wachsender Anregung und zum andern verschwinden sie im isentropen Fall langsamer mit zunehmender Anregung als im isothermen Fall. Dabei hat der besonders erstaunliche zweite Effekt seine Ursache nicht in erster Linie darin, daß die innere Energie bei konstanter Entropie berechnet wird. Wenn man nämlich z.B. für den Kern $^{292}_{118}\text{X}$ die isothermen inneren Energien aufträgt, so stimmen deren Barrieren mit denen der Funktion $U(S=\text{const}(\text{Defo}), T_{\text{sphär}}=1,0; 1,5; 2,0\text{MeV})$ bis auf 0,2 MeV überein.

Tabelle 5c

$^{292}_{118}\text{X}$	U(T=const(Defo.), ohne Paarg.) in MeV		
	T=1,0 MeV	T=1,5 MeV	T=2,0 MeV
innere Barrieren	6,2	1,5	0,5
äußere Barrieren	2,5	0,6	0,0

Wenn man dann die isotherme innere und die isotherme freie Energie vergleicht, so stellt man fest, daß die Unterschiede zwischen deren Barrieren hauptsächlich von den Schalenkorrekturen herrühren. Die folgenden Zahlen machen dies klar.

Tabelle 5d

$^{292}_{118}\text{X}$	Barrieren der Schalenkorrekturen (MeV)			
	$\delta U(T)$		$\delta F(T)$	
	T=1,0 MeV	T=2,0 MeV	T=1,0 MeV	T=2,0 MeV
innere Barrieren	5,1	1,0	1,9	0,0
äußere Barrieren	11,0	3,5	3,3	0,9

Wir werden im folgenden sehen, woher dieser Unterschied zwischen $\delta U(T)$ und $\delta F(T)$ rührt. Dabei werden wir feststellen, daß auch für das Temperaturverhalten der Barrieren die Schalenkorrekturen und die Paarkorrektur verantwortlich sind, nicht aber die Tropfenenergien.

Das Temperaturverhalten der Tropfen-Deformationsenergie ist durch die Formeln 5.3.6 und 5.3.7 festgelegt und wird im wesentlichen durch die Oberflächen-Deformationsenergie des kalten Tropfens bestimmt. Da die letztere Größe für alle Gestalten positiv ist, nimmt die innere Deformations-Energie mit der Temperatur zu, während die freie kleiner wird. In Figur 5b ist dies für einige Deformationen und für die Massenzahl 292 demonstriert (vgl. auch Figur 5a für den kalten Tropfen). Weil der Unterschied $\Delta U_{\text{Def.}}^{\text{Tr.}}(T) - \Delta F_{\text{Def.}}^{\text{Tr.}}(T)$ quadratisch mit der Temperatur verläuft und nur am Rande unseres Deformationsbereiches bedeutsam ist, hat er höchstens auf die äußere Barriere bei $T=2,0$ MeV einen gewissen Einfluß.

In Figur 6a bis 6c ist (am Beispiel der Neutronen des Kerns $^{292}_{118}\text{X}$) das Temperaturverhalten der verschiedenen Schalenkorrekturen aufgetragen, und zwar jeweils für mehrere Deformationen. Figur 6a zeigt die Schalenkorrektur der inneren Energie. Deren Absolutbetrag ist nicht, wie man längere Zeit glaubte, eine monoton fallende Funktion der Temperatur, $\delta U(T)$ hängt bei kleinen Temperaturen stark von der Deformation ab. Wenn man diese Züge verstehen will, muß man sich zweierlei vor Augen halten. Zum einen liegen die Schalen des Einteilchen-Spektrums bei verschiedenen Deformationen in verschiedenen Energiebereichen, so daß die Fermikante verschieden zu liegen kommt. Auf der anderen Seite ist die Schalenkorrektur die Differenz aus Schalenenergie und nach

Strutinski verschmierter Energie. Wenn nun bei einer Deformation gerade eine Schale voll ist, so ist die Niveaudichte über der Fermikante relativ klein. Deshalb wächst die Schalenenergie beim Übergang von $T=0$ zu kleinen Temperaturen zunächst langsamer als ihr verschmierter Wert, der von einem größeren Energiebereich abhängt. Die Schalenkorrektur nimmt also, wie z.B. bei der Deformation $s=0,2$, $c=0,8$, zuerst ab. Die umgekehrte Situation liegt vor, wenn die Niveaudichte direkt über der Fermikante relativ groß ist. Dann wächst die Schalenkorrektur zunächst mit der Temperatur, wie z.B. bei der Deformation $s=0,8$, $c=0,5$. (Tatsächlich beträgt der Niveauabstand über dem letzten besetzten Wert bei der ersten angegebenen Deformation $E(88) - E(87) = 0,72\text{MeV}$, bei der zweiten $E(88) - E(87) = 0,04\text{MeV}$.)

In Figur 6b sind die Schalenkorrekturen der Entropie bei den gleichen Deformationen wie in 6a aufgetragen, und man stellt fest, daß ihr Temperaturverhalten demjenigen der Korrekturen $\delta U(T)$ stark ähnelt. Abgesehen davon, daß sie bei $T=0$ von 0 aus starten, nehmen die Größen δS für kleine Temperaturen genau dann zu (ab), wenn auch die zur jeweiligen Deformation gehörende Korrektur δU zu(ab)nimmt. (Bei größeren Temperaturen verschwinden δU und auch δS als Folge einer Temperaturverschmierung der Schaleneffekte.) Offensichtlich gelten für die Entropie (4.1.2c) und die innere Energie (4.1.2b) die gleichen Argumente. Man kann dies an der Relation $S = \ln Z + \frac{U - \lambda N}{T}$ aus Abschnitt 4.1 erkennen, deren erster Summand nicht so stark wie der zweite davon abhängt, ob eine Niveaubündelung über oder unter der Fermikante liegt. Auf alle Fälle hat die Tatsache, daß $\delta U(T)$ und $\delta S(T)$ bei gleichen Deformationen fast durchweg das gleiche Vorzeichen haben, zur Folge, daß die Schalenkorrekturen der freien Energie durchweg kleiner bleiben als die der inneren. (Siehe Figur 6c.)

Damit liefert uns der Vergleich der Figuren 6a und 6c einen plausiblen Grund für die kleineren Barrieren der freien Energie. Außerdem sehen wir an 6a und 6c, daß die Schalenkorrekturen der freien Energie im wesentlichen monoton mit der Temperatur fallen, während diejenigen der inneren Energie dies erst ab etwa 1 MeV tun. Auch dieser Effekt ist im Temperaturverhalten der Barrieren in den Tabellen 5a und 5c wiederzufinden, wenn man sich auf die Zahlen beschränkt, die unter Vernachlässigung der Paarkraft gewonnen wurden. Tatsächlich wird das Ausmaß an Paarung in unserem Modell durch die Gap-Gleichung 4.1.1 bestimmt. Diese führt auf ein Verschwinden des Gaps mit der Temperatur, wie es charakteristisch in Figur 3c aufgezeichnet ist. Nach Fig. 3c erfolgt der Übergang vom gepaarten in den ungepaarten Zustand relativ abrupt und zwar ungefähr bei einer kritischen Temperatur, die auch von der Abschätzung 4.3.3 angegeben wird. $T_{\text{krit}}^{J=0} (\Delta \rightarrow 0)$ hängt von der Deformation ab, liegt aber bei allen unseren Rechnungen unter 1 MeV. Deshalb fallen die Barrieren der Tabellen 5a und 5c unterhalb von 1 MeV verschieden aus, je nachdem ob man die Paarkraft abschaltet oder nicht, während sie aber 1 MeV davon unabhängig sind.

Man kann verstehen, wie die Paarkraft die Barrierenhöhen beeinflusst, wenn man sich klarmacht, daß die BCS-Besetzungszahlen ebenso wie eine Fermi-Verteilung die Fermikante verschmieren. Anders als bei der Strutinski-Methode wirkt sich nach Gl.4.6.2 die Paarkraft nur auf die Schalenmodellenergien aus. Bei einer gegebenen Temperatur mittelt sie einen Teil der Unterschiede zwischen den Schalenmodellenergien verschiedener Deformation heraus. (Es sind die Unterschiede gemeint, die durch verschiedenen liegende Schalenabschlüsse bei unterschiedlichen Deformationen zustandekommen.) Der Effekt ist eine Erniedrigung der Spalt-

barrieren, welche nach Tabelle 5a bei $T=0,0\text{MeV}$ und $T=0,5\text{MeV}$ beträchtlich ist.

Abschließend wollen wir auf den zahlenmäßigen Unterschied zwischen den isothermen und isentropen inneren Energien eingehen. Wir erläutern in Anhang 1, wie man durch Interpolation der ersten Größe die zweite gewinnt, indem man die Funktion $S(\text{sphär}, T_0) = S_0 = S(D_f, T_{Df})$ invertiert. Ein Beispiel dafür zeigen die Figuren 6e und 6f. Man sieht an 6e, daß die Schalenkorrekturen der Entropie nur einen kleinen Anteil zum wenig deformationsabhängigen Gesamtbetrag S beitragen. (Vgl. auch Fig. 6d und Gl. 5.3.5.) Nach Figur 6d sind sowohl die Tropfenentropie wie bemerkenswerter Weise auch die numerisch berechnete Strutinski-Entropie linear in der Temperatur, haben aber nicht die gleiche Steigung. Die Schwankungen der Temperaturen beim isentropen Prozeß erweisen sich ab etwa 1,5 MeV als vernachlässigbar. Wir haben sie für $T_{\text{sphär}} = 0,5\text{ MeV}$ und $1,0\text{ MeV}$ in den Höhenlinienbildern H(1) und H(2) aufgetragen. An diesen sieht man, daß die Schaleneffekte der Entropie zu relativen Temperaturmaxima in den Minima der Energie $U(D_f, S)$ führen (vgl. H(15), H(16)). Auf den Bildern ist jenseits des zweiten Sattels noch keine Erhöhung der Temperatur festzustellen. Es ist aber anzunehmen, daß auch dort die Temperaturänderung im wesentlichen vom Verhalten der Schalen bestimmt wird. Die Tropfentemperatur variiert nämlich nur schwach. Sie fällt vom Wert $T=0,913\text{ MeV}$ bei der Deformation $(s=0,77, c=0,7)$ entlang des Weges $s=1,1c$ bis auf $T=0,859\text{ MeV}$ an der Zerreißlinie und wächst dann bis $s=3,0$ wieder auf $T=0,87\text{ MeV}$. (Bis zur Zerreißlinie nimmt die Oberfläche zu, dann wieder ab, weil die Bruchstücke wieder kugelförmiger werden). Allerdings brechen alle unsere Näherungen nach Abschnitt 6.1 schon vor der Zerreißlinie zusammen.

Das Höhenlinienbild H(2) für die Temperaturen beim isentropen

Prozeß gestattet uns zusammen mit den zugehörigen Bildern für die isothermen und isentropen Potentiale $H(15)$ und $H(16)$ eine weitere Aussage. Wir können prüfen, ob die Aussage 6.1.4 erfüllt ist, daß die Potentiale $F(T=\text{const})$ und $U(S=\text{const})$ im gleichen thermodynamischen Zustand die gleiche Kraft liefern. Wenn wir $H(15)$ und $H(16)$ bei den Deformationen vergleichen, bei denen nach $H(2)$ $T=1,0$ MeV ist, finden wir 6.1.4 im wesentlichen bestätigt.

8.3 Barrieren und Deformationen der Compoundkerne des letzten Abschnittes im einzelnen

-Wir verweisen auf die Höhenlinienplots $H(3)$ bis $H(16)$, eine Auswahl der Bilder, mit deren Hilfe Barrieren und Spaltwege ermittelt werden.-Die Nukleonenzahlen der berechneten Kerne liegen alle weit näher bei den vermutlich magischen Zahlen 184 und 114 als bei den letzten bekannten 126 und 82. Dies erklärt, daß die Barrieren bei $T=0$ in der Reihenfolge $A=278, 292, 298$ ansteigen und für den letzteren Kern einen doppelt so hohen Wert annehmen wie für den ersteren. Nicht plausibel wird damit aber das Ergebnis, daß der Kern mit $A=270$ eine etwas höhere Barriere hat als der mit $A=278$ und der mit $A=280$ eine etwas niedrigere. Wir können nur schließen, daß die Barrierenhöhe keine lineare Funktion des Abstandes von den magischen Zahlen ist. Es mag verwundern, daß die Barriere des Systems mit $A=322$ um über 2 MeV höher ist als die des doppelt magischen, dürfte aber eine Folge davon sein, daß wir alle Kerne mit den gleichen Potentialparametern gerechnet haben (vgl. Kapitel 5). Ein neuer Parametersatz sollte die Barriere des ganz schweren Systems erniedrigen.

Ein zweites Minimum existiert nur für die Compoundkerne mit $A=278$, $A=292$ und 298 , dieses hat aber infolge des schnellen Abfalls der Tropfenenergie mit der Elongation eine kleine Barriere im Vergleich zu der des Grundzustandes. (Beim Rechenbeispiel $A=280$ sind beide Minima fast gleich elongiert, so daß beide Barrieren die gleiche Höhe haben.) Das Temperaturverhalten der Barrieren zeigt bei allen Kernen den gleichen Trend, es ist aber nicht so, daß eine höhere Barriere bei $T=0$ auch höhere Werte für die angeregten Zustände zur Folge hat. Zum Beispiel verschwinden die isotherme und die isentrope Barriere bei $^{292}_{118}X$ relativ schneller mit der Anregung als bei den Systemen, die weiter von den abgeschlossenen Schalen entfernt sind.

Die Deformationen der Extremalkonfigurationen sind in Tabelle 6 aufgelistet. Man stellt fest, daß die Abhängigkeit der Deformation von der Anregung schwach ist. Die Grundzustände von $^{270}_{110}X$ und $^{278}_{110}X$ sind beide in gleicher Weise etwas prolat und schon merklich schlanker an der Gürtellinie als eine Kugel, ihre Sättel aber liegen verschieden. Das erste Minimum von $^{292}_{118}X$ ist etwas oblat, das zweite dagegen mit $s=0,5$ etwas prolater als dasjenige von $^{298}_{114}X$ mit $s=0,4$. Dieser magische Kern hat einen sphärischen Grundzustand ebenso wie $^{280}_{114}X$. Beim überschweren System $^{322}_{128}X$ liegen der nicht elongierte Grundzustand und der Sattel erwartungsgemäß ganz eng zusammen.

Es existieren für die kalten Kerne zum Teil Vergleichsdaten. Tsang (Ts69) hat bei etwas niedrigeren Protonenzahlen ($Z=106$, $260 \leq A \leq 272$) ebenfalls einhöckerige Barrieren vorgefunden, deren Höhe aber, z.B. bei $^{272}_{106}X$ mit über 6 MeV, größer ist als bei uns ($3,7 \text{ MeV}$ bei $^{270}_{114}X$). Direkt kann man die Barrieren nur für das System $^{298}_{114}X$ vergleichen. Mustafa und Kumar (MuKu75) erhalten mit einem ähnlichen Potential wie wir 8,5 und 0,8 MeV, Andersson

et al. (An76, vgl. Kap.7) 12,1 MeV. Da die letzteren Autoren ohne Paarung rechnen, bedeutet ihre Zahl eine leidlich gute Übereinstimmung mit dem entsprechenden Wert (9,4) bei uns. Schließlich hat Seeger (Se70) die Grundzustandsdeformation von $^{278}_{110}\text{X}$ zu $s=0,15$, $c=0,55$ angegeben, was ebenfalls eine Bestätigung unseres Wertes ist.

Tabelle 6

Kern	Zust.	T=const(Defo.)								S=const(Defo.)					
		T=0		T=1,0		T=1,5		T=2,0		T _{sph.} =1,0		T _{sph.} =1,5		T _{sph.} =2,0	
		s	c	s	c	s	c	s	c	s	c	s	c	s	c
$^{278}_{110}\text{X}$	1.Mi.	0,2	0,7	0,2	0,7	-	-	-	-	0,2	0,8	0,2	0,8	0,3	0,6
	2.Mi.	0,5	0,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.Sat.	0,4	0,2	0,6	0,6	-	-	-	-	0,6	0,7	0,65	0,7	0,6	0,75
	2.Sat.	0,7	0,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$^{292}_{118}\text{X}$	1.Mi.	- ,2	0,6	- ,2	0,5	- ,2	0,4	-	-	- ,2	0,7	- ,2	0,5	- ,2	0,5
	2.Mi.	0,5	0,4	-	-	-	-	-	-	0,5	0,4	0,5	0,6	-	-
	1.Sat.	0,35	0,0	0,2	0,1	0,0	0,3	-	-	0,3	0,8	0,0	0,5	0,0	0,5
	2.Sat.	0,7	0,7	-	-	-	-	-	-	0,7	0,9	0,7	0,7	-	-

"-" bedeutet, daß kein solches Extremum existiert.

Falls die Barrieren kleiner sind als 0,2 MeV, sind die zugehörigen Extremaldeformationen nicht berücksichtigt.

8.4 Die rotierenden Compoundkerne, Kritische Drehimpulse

Die effektiven Barrieren für rotierende Kerne wurden nach den Formeln 6.1.2 und 6.1.3 berechnet. In diese Gleichungen gehen die Cranking-Trägheitsmomente 4.4.1 ein, deren Temperaturverhalten in Kapitel 7 ausführlich besprochen wurde und in den Figuren 3a und 3b mit Beispielen belegt ist. Die Trägheitsmomente treten in der Gl. 6.1.3 für die Barrieren des isentropen Prozesses als Funktionen der Entropie auf und werden genauso durch Interpolation bestimmt wie die inneren Energien im letzten Abschnitt. Allerdings ändert die Interpolation an den Funktionswerten laut Fig. 3a und 3b kaum etwas, wenn sie im "Sättigungsbereich" ab etwa $T=1\text{MeV}$ vorgenommen wird. Bei Temperaturen unterhalb von etwa $0,5\text{MeV}$ dagegen, wo sie von größerer Wirkung ist, muß noch ein anderer Effekt berücksichtigt werden.

Bis etwa $T=0,5\text{MeV}$ und bei $J=0$ bilden die von uns betrachteten Kerne noch in bestimmtem Umfang Nukleonenpaare aus. Wenn ihnen aber ein gewisser Drehimpuls aufgeprägt ist, so versucht dieser, die Paare zu brechen. Wir erläuterten dies im Abschnitt 4.3, und unsere Rechnung geht davon aus, daß ein Kern jeweils so viele Neutronen- und Protonenpaare bildet, wie es für ihn energetisch in der Näherung 4.3.1 am günstigsten ist. Der rotationsfreie Anteil des effektiven PCC-Potentials liegt um typisch einige MeV niedriger als im ungepaarten Fall, die Trägheitsmomente dagegen sind höher, und das gibt mit zunehmenden J -Werten den Ausschlag.

Wir berechneten den "Anti-Pairing"-Effekt für die kalten Kerne, wo er sich am stärksten auswirkt. Am Beispiel des Kerns $^{278}_{110}\text{X}$ gewinnen wir ein Gefühl für die Größenverhältnisse zwischen den Bestimmungsstücken der Gl. 4.3.1, wenn wir die Höhenlinienbilder

Tabelle 7a

Kritische Drehimpulse für den isothermischen Prozeß

Compound- Kern	Temperatur in(MeV)							
	0,0		1,0		1,5		2,0	
	Barriere		Barriere		Barriere		Barriere	
	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.
270 X 110	140		56		0		0	
		0		0		0		0
278 X 110	152		54		0		0	
		20		0		0		0
292 X 118	220		60		20		0	
		58		0		0		0
298 X 114	184							
		40						
322 X 128	206		50		30		50	
		0		0		0		0

In unseren numerischen Rechnungen bestimmten wir denjenigen Drehimpuls als kritischen, von dem ab die Barrieren kleiner oder gleich 0,2 MeV wurden.

Tabelle 7b

Kritische Drehimpulse für den isentropen Prozeß

Compound- Kern	Temperatur bei sphärischer Gestalt (MeV)							
	0,0		1,0		1,5		2,0	
	Barriere		Barriere		Barriere		Barriere	
	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.	inn.	äuß.
270 110 X	140	0	100	0	74	0	44	0
278 110 X	152	20	90	0	68	0	50	0
292 118 X	220	58	122	100	86	50	40	0
298 114 X	184	40						
322 128 X	208	0	130	30	90	0	60	0

In unseren numerischen Rechnungen bestimmten wir denjenigen Drehimpuls als kritischen, von dem ab die Barrieren kleiner oder gleich 0,2 MeV wurden.

H(5),H(6) u.H(17),H(18) für die Deformationsenergien und Trägheitsmomente jeweils mit und ohne Paarung betrachten. (Diese wären eigentlich noch nach Neutronen und Protonen zu trennen.) Besonders der Unterschied zwischen den Trägheitsmomenten in H(17) und H(18) hängt stark von der Deformation ab. So wird das BCS-Moment für verschwindende Elongation ($s=0$) klein und für den sphärischen Fall zu Null (vgl. Abschnitt 3.1), zur prolatischen und zur oblaten Seite hin wächst es aber. Dies hätte ohne einen "Phasenübergang" eine riesige "Rotationsbarriere" bei $s=0$ zur Folge (vgl. Bild H(19) für $J=20$) und führt dazu, daß beim sphärischen Kern die Neutronen sofort in den ungepaarten Zustand übergehen ($J=2$), während die Protonen erst bei etwa $J=64$ nachfolgen (vgl. Bild H(20) für $J=20$). In Bild H(20) ist auch eingezeichnet, für welche Deformationen bei $J=20$ die Neutronen bzw. Protonen des Kerns schon ungepaart sind. Laut diesem Bild hängt der Phasenübergang stark von der Deformation ab. So sind bei $J=70$ weite Teile unseres Deformationsgebietes paarungsfrei, aber erst bei $J=150$ wird für die letzte Deformation (mit $s=0,8$) eine Paarung der Neutronen energetisch zu ungünstig. Der Übergang als Funktion des Drehimpulses erweist sich immer so abrupt, daß die Variationsparameter $\delta_N(\text{Defo}, J)$ und $\delta_P(\text{Defo}, J)$ aus Gl. 4.3.2 von den berechneten Netzwerten 0,0; 0,2; ...; 0,8; 1,0 durchwegs die Werte 0,0 und 1,0 annehmen.

In den Tabellen 7a und 7b sind die kritischen Drehimpulse für die berechneten Compoundkerne im Grundzustand und im angeregten Zustand mit $T=\text{const}$ (Defo.) bzw. $S=\text{const}$ (Defo.) angegeben. Wie wir erwähnten, mußte ein Phasenübergang nur bei $T=0\text{ MeV}$ berücksichtigt werden, nicht aber im berechneten Bereich der Anregung. Bei $T=0$ erweisen sich die kritischen J -Werte aller berechneten Systeme als erstaunlich hoch. (Wir werden darauf beim Vergleich mit anderen Autoren zurückkommen.)

Sie fallen aber schon bis zur mäßigen Temperatur von 1,5 MeV (vgl. 6.2) fast auf Null, wenn man den weniger physikalischen isothermen Prozeß betrachtet.

Bei der angemesseneren isentropen Beschreibung der Spaltung fallen die kritischen J -Werte mit wachsender Entropie langsamer, was eine Folge der ebenfalls langsamer zurückgehenden Spaltbarrieren ist (vgl. die Tabellen 5a, 5b). Aber auch die isentropen J_{krit} -Werte liegen bei $T_{\text{sphär}} = 2,0 \text{ MeV}$ unter 50. (Wir wollen das ganz schwere System $^{322}_{128}\text{X}$ aus den im letzten Abschnitt genannten Gründen mit Vorsicht betrachten.) Dies zeigt uns, daß die Kernanregung neben dem Drehimpuls eine mindestens ebenso wichtige Beschränkung für ein Überleben der Spaltung darstellt. Wenn auch unser adiabatisches Rechnen bei den hohen Drehimpulsen, die die superschweren Kerne bei $T = 0 \text{ MeV}$ tragen können, nur als pragmatisch erscheint, so kann es doch bei durchaus realistischen Anregungen als gerechtfertigt gelten. (Davon bleibt natürlich das in der Einleitung und Kapitel 6.1 erwähnte Problem unberührt, wie gut man mit dem weitergehenden Ansatz einer nicht adiabatischen Rotation die Spaltung adiabatisch berechnen kann.)

Bei der Betrachtung der isentropen kritischen J -Werte fällt auf, daß sie bei $T_{\text{sphär}} = 1,0 \text{ MeV}$ wesentlich niedriger liegen als bei den kalten Kernen, obwohl die Barrieren alle höher sind. Das wird weniger kraß, wenn wir bei $T = 0 \text{ MeV}$ die Barrieren ohne Paarung, d.h. nach dem Phasenübergang ins Auge fassen, der Rest des Effektes läßt sich dann so erklären, daß die Deformation der Sättel und die Trägheitsmomente jeweils etwas verschieden sind. Ein Vergleich zwischen den verschiedenen Kernen zeigt, daß man nicht von den Barrierenhöhen allein auf die J_{krit} -Werte

schließen kann, sondern daß auch die Grundzustandsdeformation im Zusammenspiel mit dem Trägheitsmoment eine Rolle spielt. So sind beim Kern $^{292}_{118}\text{X}$, der ein oblates Minimum hat, die kritischen Werte am größten.

8.5 Barrieren für $J > 0$, Höhenlinienbilder

Die Cranking-Trägheitsmomente des Kerns $^{278}_{110}\text{X}$ sind in den Höhenlinienbildern H(17) und H(18) aufgetragen, die der übrigen Systeme in H(24) bis H(27). Alle diese Bilder zeigen im Vergleich mit den entsprechenden starren Tropfenwerten die charakteristischen Größenverhältnisse, die in Kapitel 7 besprochen wurden. In den Figuren 8 bis 16 sind Beispiele für das Verhalten des effektiven Potentials entlang eines Minimalweges angegeben, mit dem Drehimpuls als Parameter. Wir wählten als Ordinate die Elongation. Dies ist übersichtlicher und fast genauso informativ wie ein Auftragen nach der Länge des Minimalweges, das auch keine Auskunft über die jeweilige Einschnürung gibt. Zusätzlich sind die Barrierenhöhen als Funktion des Drehimpulses aufgetragen. Sie zeigen für angeregte Kerne ein monoton fallendes Verhalten, nicht aber im Fall $T=0$, solange nicht die Paarung zusammengebrochen ist. Solange ein Phasenübergang vonstatten geht, verschieben sich nach unserem Modell jeweils abrupt Maxima und Minima in der Deformationsebene und ändern die Barrieren ebenso.

Wir können die Figuren 15 und 13 für Potentiale und Barrieren des Kerns $^{298}_{114}\text{X}$ bei $T=0$ mit den entsprechenden Bildern der Auto-
ren MuKu75(F17b) und An76(F17a) vergleichen. (Vgl. auch mit der Einleitung, Kap. 7 und Abschn. 8.3.). Andersson et al., die in einem triaxialen harmonischen Oszillator ohne Paarung rechnen,

erhalten ein $J_{\text{krit}} > 100$. Ihre Barriere ist bei $J=100$ knapp über 1 MeV hoch, unsere dagegen noch über 4 MeV und fällt erst ab $J=160$ unter 1 MeV. Andersson et al. erhalten für den Fall, daß sie sich auf prolate Sphäroide beschränken ($\epsilon > 0, \gamma = 0$), ein $J_{\text{krit}} \approx 68$, eine entsprechende Beschränkung bei uns ($c=0, s > 0$) führt auf $J_{\text{krit}} > 100$. Der Grund für unseren vergleichsweise hohen J_{krit} -Wert kann - außer in der Verwendung eines anderen Potentials und adiabatischer Rechenweise - darin zu suchen sein, daß wir unsere Trägheitsmomente nicht auf ungefähr starre Werte renormiert haben wie Andersson. Nach dem in Kapitel 7 Gesagten würde bei uns eine solche Renormierung vermutlich auf um einen Faktor 1,2 (bis 1,3) niedrigere kritische Drehimpulse führen, also nicht die ganze Diskrepanz erklären. Es ist aber plausibel, daß die Nichtadiabatizität und die Potential-Triaxialität für den verbleibenden Unterschied aufkommen. Im Trigen trägt der Kern nach unseren Rechnungen bei $J=180$ etwa eine Rotationsenergie von 55 bis 70 MeV zwischen Sattel und Minimum. Dies ist noch gut mit den experimentellen Energien über der Coulombsschwelle verträglich, wie zum Beispiel dem konstanten Compoundkern $^{298}_{114}\text{X}$ zur Verfügung stehen.

Um den Einfluß von Schaleneffekten auf die Trägheitsmomente besser beurteilen zu können, haben wir die folgende Vergleichsrechnung durchgeführt. Wir bestimmten das effektive Spaltpotential bei einer starren Tropfen-Rotation ($^{298}_{114}\text{X}$, ohne Paarung).

$$8.5.1 \quad V_{\text{eff}}(D, t, J, T=0) = E(D, t, J=0, T=0) + \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2 \cdot \Theta_{\text{starre Tropfen}}^+(D, t)}$$

Mit diesem effektiven Potential finden wir einen kritischen Drehimpuls von $J=220$ ($\text{Bar.} < 0,2 \text{ MeV}$). (Bei $J=100$ hat die innere Barriere noch eine Höhe von 6,8 MeV.) Damit liegt dieser J_{krit} -Vergleichs-

wert etwas höher als unser Cranking- J_{krit} -Wert von 184, aber wesentlich näher bei letzterem als bei $J > 100$ (Andersson et al.) und bietet einen Hinweis darauf, daß die nichtadiabatische Rechnung ein Hauptgrund für den niedrigeren Andersson-Wert ist.

Nach unseren Ergebnissen ist die Paarung ab $J=60$ bis $J=80$ soweit zusammengebrochen, daß sie keinen Einfluß mehr auf die Barrierenhöhen hat. Deshalb dürften von diesen Drehimpulswerten ab auch die Barrieren von Anderson unempfindlich sein gegen eine Berücksichtigung dieses Effektes.

Mustafa und Kumar haben den "Anti-Pairing"-Effekt berücksichtigt. Ihr kritischer Drehimpuls liegt aber mit $J=32$ drastisch niedriger und in einem Bereich, wo die Paarung noch nicht restlos zusammengebrochen ist. Deshalb muß man fragen, ob nicht bei höheren Drehimpulsen die Barrieren wieder höher werden. Wir wissen ja, z.B. von Figur 9, daß man für $\Delta(J) > 0$ nicht unbedingt ein monotones Barrierenverhalten zu erwarten hat. Außerdem haben die Autoren ihre Rechnungen auf den prolaten Bereich beschränkt. Wir konnten den Verlauf ihrer effektiven Barrieren (Figur 17b) in Figur 18 recht gut reproduzieren, wenn wir unsere Kalkulation mit der vollen Stärke der Paarung bei $J=0$ und nur im prolaten Bereich mit etwas eingeschränkter Einschnürung ausführten ($c \leq 0,8$). Unter den ersten beiden Bedingungen konnten wir auch leidlich ihre entsprechende Kurve für ^{240}Pu erhalten. Wir halten einen J_{krit} -Wert von 32, der in der Gegend dieser Nukleonenzahlen die Produktion von Compoundkernen ungemein beschränken würde, für nicht realistisch - auch wegen der Vergleichsrechnung 8.5.1 - und meinen, daß es ebenso sehr an der Anregung und an weiteren Effekten wie an den J_{krit} -Werten liegt, wenn man experimentell noch keine längeren Lebensdauern nachweisen konnte.

Zusammenfassung und abschließende Bemerkungen

Auf den bisherigen Seiten wurden Spaltbarrieren und kritische Drehimpulse berechnet, sowie die Deformationen von Grundzuständen, isomeren Zuständen, erstem und zweitem Sattel. Diese Größen bestimmten wir für die superschweren Compoundkonfigurationen, welche zu den in 8.1.1 genannten Experimenten gehören. Wir betrachteten den Fall von "first-chance-fission", d.h. einer Spaltung, bevor einzelne Nukleonen abgedampft sind. (Aus Vergleichsgründen erfolgte auch die Berechnung der Cranking-Trägheitsmomente von ^{240}Pu und des Drehimpulsverhaltens des hypothetischen doppelt-magischen Kerns $^{298}_{114}\text{X}$).

Als experimentelle Anhaltspunkte liegen zum einen die Tatsache vor, daß wider Erwarten (Schalenmodellbarrieren) bisher keine langlebigen superschweren Systeme gefunden wurden, und zum anderen Messungen für die Wirkungsquerschnitte der verschiedenen Reaktionskanäle. Man kann aus diesen Querschnitten kritische Drehimpulse herleiten, kann sie aber nicht direkt mit den unseren vergleichen, welche durch das Verschwinden der Spaltbarrieren bestimmt sind. Wir nahmen nun an, daß die Compoundkonfigurationen ihre Anregungsenergie nicht schnell genug vollständig los werden, und könnten gute Gründe dafür angeben, daß sich die verbleibende Anregung so verteilt, daß man im Rahmen eines thermodynamischen Gleichgewichts arbeiten kann. Wir erweiterten die mikroskopisch-makroskopische Berechnung des effektiven Potentials bezüglich der Spaltbewegung auf den Fall angeregter Kerne. Dies führte auf kritische Drehimpulse, deren Anregungsverhalten uns zumindest einen Grund aufzuzeigen scheint für das Ausbleiben von "Superschweren" im Laborexperiment. Die J_{krit} -Werte, die für die

kalten Systeme diesem experimentellen Befund zu widersprechen scheinen, fallen fast durchweg auf die Hälfte, wenn man nur eine mäßige Anregungsenergie von etwa 40 MeV zuläßt. (Dies entspricht einer Kerntemperatur von ≈ 1 MeV.) Unter der Annahme eines isothermen Spaltvorgangs fallen die J_{krit} -Werte mit wachsender Anregung schneller als unter der physikalischen Annahme eines isentropen Prozesses. Wir konnten dieses durch die Schalenkorrekturen bedingte Verhalten erklären. Außerdem berücksichtigten wir das Verhalten des "Coriolis-Anti-Pairing"-Effektes mit der Anregung.

Wir betrachteten die Rotation aus numerischen Gründen in adiabatischer Näherung. Die sich ergebenden kritischen Drehimpulse liegen für die kalten Kerne durchschnittlich über 150 und damit recht hoch. Zwar sind relativ hohe Werte auf Grund der Tatsache zu erwarten, daß die Spaltbarrieren in der Nähe des vermutlich doppelt magischen Systems $^{298}_{114}\text{X}$ bei $J=0$ vergleichsweise hoch sind. (Unsere Barrieren sind fast durchwegs über 7 MeV hoch, wenn man die Paarkraft abschaltet, sonst über 3 MeV.) Andersson et al. (An76) bestimmten aber für $^{298}_{114}\text{X}$ in nicht adiabatischer Rechnung ein $J_{\text{krit}} > 100$, während unser Wert bei etwa 180 liegt. Im letzten Kapitel führten wir aus, daß der Unterschied zu unserem Resultat wohl nicht an den anderen Potentialdeformationen liegt, sondern im wesentlichen an der nichtadiabatischen Rechnung. Im Massenbereich $A \approx 290$ gilt für die Rotationsfrequenz bei $J=100$ die Abschätzung $\omega_{\text{rot}} \leq 0,15 \omega_0$, wenn ω_0 die Oszillatorfrequenz des sphärischen Einteilchenpotentials darstellt. Laut Fig. 19a,b (An.etal76) variieren die Einteilchen-Niveaus bei weitem nicht so stark mit der Winkelgeschwindigkeit wie mit der Deformation.

Daraus schließen wir, daß die adiabatische Behandlung zwar noch nicht bei $T=0$, aber doch bei den von uns

betrachteten Kerntemperaturen ab etwa 1 MeV genügend genau ist.

Wir diskutierten des weiteren auch die Frage nach Berechtigung und Methode für eine Strutinski-Penormierung der Trägheitsmomente, welche sich mit unendlich hohen Einteilchenpotentialen auch bei einer nichtadiabatischen Behandlung der Rotation stellt. Wir gaben eine Abschätzung an, die unsere J_{krit} -Werte um einen Faktor der Größe 1-1,3 erniedrigen würde. Unsere Resultate für die Cranking-Trägheitsmomente von ^{240}Pu stimmen recht gut mit der Literatur und den Experimenten überein. Ebenso weisen unsere Ergebnisse für Barrieren und Deformationen der superschweren Systeme eine gute Übereinstimmung mit anderen Rechenergebnissen auf, welche für die kalten Kerne zum Teil vorliegen. Mit diesen Rechnungen ist den unseren gemein, daß die Parameter, die in das Einteilchenpotential und die Tropfenenergie eingehen, durch Extrapolation der an bekannte Kerne angepassten Parameter gewonnen wurden. Deswegen ist es unsicher, ob nicht andere Parameter zu niedrigeren Barrieren führen würden und auch so die Tatsache plausibel machen könnten, daß noch keine superschweren Kerne gefunden wurden.

Anhang 1 Numerische Behandlung

A1a Analytische Näherung bei der Strutinski-Mittelung für $T > 0$

Die innere Schalenenergie (Gl. 4.1.2) und die innere Strutinski-Energie (Gl. 4.5.2) weisen für beide Nukleonenarten zusammen ($A \approx 280$) eine Größenordnung von 10^4 MeV auf, ihre Differenz dagegen eine solche von 1 MeV. Die Differenz sollte also auf etwa 1 MeV genau berechnet werden. Die Schalenenergie bereitet in dieser Hinsicht keine Schwierigkeiten, weil sie durch Summieren gewonnen wird, die Strutinskienergie bei $T=0 \text{ MeV}$ ebenfalls nicht, weil in diesem Falle die Integrale analytisch zu reduzieren sind, die in E und N eingehen. Die Stammfunktionen der zugehörigen Integranden lauten

$$A1.1 \quad \int_{-\infty}^v dx e^{-x^2} \cdot F_6(x) = e^{-v^2} \cdot \left(v \cdot \frac{19}{6} - v^3 \cdot \frac{2}{3} + v^5 \cdot \frac{1}{12} \right) + \int_{-\infty}^v dx e^{-x^2}$$

und

$$A1.2 \quad \int_{-\infty}^v dx \cdot x \cdot e^{-x^2} \cdot F_6(x) = e^{-v^2} \cdot \left(-\frac{5}{32} + \frac{15}{16} \cdot v^2 - \frac{5}{8} \cdot v^4 + \frac{1}{12} \cdot v^6 \right)$$

wobei $F_6(x)$ in Gl. 4.5.1 definiert ist. Bei unserer Erweiterung auf den Fall $T > 0$ hat man nun z.B. einen Ausdruck der Form

$$\tilde{N}(T) = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \sum_{p=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \cdot e^{-\left(\frac{\xi - \xi_F}{\delta}\right)^2} \cdot F_6\left(\frac{\xi - \xi_F}{\delta}\right) \cdot \frac{1}{1 + e^{\frac{\xi - \tilde{\lambda}}{T}}} = \left\{ \frac{N}{Z} \right.$$

vorliegen, von dem keine Stammfunktion bekannt ist, für den aber eine numerische Integration leicht zu ungenau wird und zur iterativen Bestimmung von $\tilde{\lambda}$ zu zeitaufwendig ist. In dieser Situation hilft uns die folgende Entwicklung nach Sommerfeld (So28). Diese gilt im Grenzfall $T \ll \tilde{\lambda}$ und stellt die Erweiterung einer Entwicklung für die Fermi-Integrale dar.

$$A1.3 \quad \int_0^{\infty} du \cdot \frac{d\psi u}{du} \cdot \frac{1}{1 + e^{u-u_0}} \approx \psi(u) \Big|_0^{u_0} + \frac{\pi^2}{6} \cdot \psi''(u_0) + O(\psi^{IV})$$

$$u = \frac{\varepsilon}{T} \quad , \quad u_0 = \frac{\tilde{\lambda}}{T}$$

Wir können diese Entwicklung zur Auswertung der Größen $\tilde{N}$ und $\tilde{U}$ verwenden, wenn wir das Intervall $[0, \infty[$ durch $]-\infty, \infty[$ ersetzen. Dies ist erlaubt, da der Einfluß der Fermi-Verteilung für kleine T nicht bis zu negativen Energien reicht. Die benötigten Stammfunktionen haben wir bereits auf der letzten Seite angegeben (A1.1, A1.2) und wir erhalten

$$\tilde{N} \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ \left[e^{-v^2} \cdot \left(v \cdot \frac{19}{16} - v^3 \cdot \frac{2}{3} + v^5 \cdot \frac{1}{12} \right) \right]_{-\infty}^{\frac{u_0 T - \varepsilon_F}{\delta}} \right. \\ \left. + \int_0^{\infty} dx e^{-x^2} + \int_0^{\frac{u_0 T - \varepsilon_F}{\delta}} dx e^{-x^2} \right. \\ \left. + \frac{\pi^6}{6} \cdot \left(\frac{T}{\delta} \right)^2 \cdot \left[e^{-x^2} \cdot \left(-x \cdot \frac{105}{8} + x^3 \cdot \frac{63}{4} - x^5 \cdot \frac{9}{2} + x^7 \cdot \frac{1}{3} \right) \right]_{x=\frac{u_0 T - \varepsilon_F}{\delta}} \right\}$$

und

$$\tilde{U} \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ \delta \cdot \left[e^{-v^2} \cdot \left(-\frac{5}{32} + \frac{15}{16} \cdot v^2 - \frac{5}{8} \cdot v^4 + \frac{1}{12} \cdot v^6 \right) \right]_{-\infty}^{\frac{u_0 T - \varepsilon_F}{\delta}} \right. \\ \left. + \varepsilon_F \cdot \left[e^{-v^2} \cdot \left(v \cdot \frac{19}{16} - v^3 \cdot \frac{2}{3} + v^5 \cdot \frac{1}{12} \right) \right]_{-\infty}^{\frac{u_0 T - \varepsilon_F}{\delta}} \right. \\ \left. + \varepsilon_F \cdot \int_{-\infty}^{\frac{u_0 T - \varepsilon_F}{\delta}} dx e^{-x^2} \right\} + \\ + \frac{\pi^{3/2}}{3 \cdot \delta} \cdot T^2 \cdot \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ \left[e^{-x^2} \cdot \left(\frac{35}{16} - \frac{35}{2} \cdot x^2 + \frac{35}{2} \cdot x^4 - \frac{14}{3} \cdot x^6 + \frac{1}{3} \cdot x^8 \right) \right]_{x=\frac{u_0 T - \varepsilon_F}{\delta}} \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon_F}{\delta} \cdot \left[e^{-x^2} \cdot \left(-\frac{105}{8} x + \frac{63}{4} \cdot x^3 - \frac{9}{2} \cdot x^5 + \frac{1}{3} \cdot x^7 \right) \right]_{x=\frac{u_0 T - \varepsilon_F}{\delta}} \right\}$$

Zur Bestimmung der Größe $\tilde{\lambda}$ wendet man eine Newtonsche Nullstellensuche auf $\tilde{N}(\tilde{\lambda}) - N = 0$ an und benötigt den Ausdruck $\frac{\partial \tilde{N}}{\partial \tilde{\lambda}}$, der aber unmittelbar aus dem Ausdruck für $\tilde{N}$ folgt. Wenn man $\tilde{\lambda}(T)$ bestimmt hat, geht man damit in $\tilde{U}$ und $\tilde{S}$ ein.

Wir sparen durch die obige Entwicklung weit über die Hälfte der Rechenzeit, die sonst für das Strutinski-Verfahren bei $T > 0$ notwendig wäre, und erreichen ein glattes Temperaturverhalten der Schalenkorrekturen. Eine entsprechende Entwicklung der Strutinski-Entropie $\tilde{S}$ wäre ebenfalls möglich, erwies sich aber als nicht notwendig aus Gründen der Genauigkeit, da die Entropie nur von der Größenordnung 10^2 ist. Da $\tilde{S}$ pro Aufruf nur einmal berechnet wird, fällt auch die mögliche Rechenzeiterparnis nicht ins Gewicht.

A1b Anwendung 2: Das "erwärmte Fermi-Loch"

In der Th.F.-Näherung werden die betrachteten Fermionen lokal als frei angenommen. Deshalb ergibt sich bei Temperaturen, für die die Sommerfeldsche Entwicklung A1.3 noch gut ist, der folgende Zusammenhang zwischen Dichte und Fermi-Impuls

$$\begin{aligned}
 n(\vec{x}, T) &= \frac{1}{h^3} \cdot \int d^3\vec{p} \, e^{\frac{i\vec{p}\vec{x}}{\hbar}} \cdot e^{-\frac{i\vec{p}\vec{x}}{\hbar}} \cdot \frac{1}{1 + e^{\frac{\vec{p}^2 - \mu_F^2(\vec{x}, T)}{2mT}}} = \\
 A1.4 \quad &= (2mT)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{2\pi}{h^2} \int_0^\infty du \cdot u^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{1 + e^{u - \mu_F(\vec{x}, T)}} = \\
 &= \frac{k_F^3(\vec{x}, T)}{6\pi^2} + \frac{m^2 \cdot T^2}{12 \hbar^4 \cdot k_F(\vec{x}, T)} + O(T^4) .
 \end{aligned}$$

In der H.F.-Näherung, welche das Pauliprinzip berücksichtigt, tritt nach Kapitel 3 die Dichtematrix in allen Energieausdrücken auf. Diese Größe läßt sich in der lokal-homogenen Th.-F.-Näherung

und im Fall $T > 0$ schreiben als

$$A1.5 \quad n(\vec{x}, \vec{x}', T) = \frac{1}{h^3} \int d^3\vec{p} e^{\frac{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - \vec{x}')}{\hbar}} \cdot \frac{1}{e^{\frac{p^2 - p_0^2}{2mT}} + 1}.$$

Die auftretende Größe p_0 ist nur beim homogenen System eindeutig, beim inhomogenen kann sie entweder als $p_0 = (p_F(\vec{x}) \cdot p_F(\vec{x}'))^{1/2}$ oder als $p_0 = \frac{p_F(\vec{x}) + p_F(\vec{x}')}{2}$ angesetzt werden. Wir wählen den Ansatz des geometrischen Mittels und bewerkstelligen die Integration in Gl. A1.5 wieder mit der Entwicklung A1.3.

$$A1.6 \quad n(|\vec{x} - \vec{x}'|, T) = \frac{mT}{2\pi^2 \hbar^2 |\vec{x} - \vec{x}'|} \cdot \int_0^\infty du \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{2mT} \cdot |\vec{x} - \vec{x}'| \cdot \sqrt{u}}{\hbar}\right) \cdot \frac{1}{e^{u - u_0} + 1} =$$

$$= \frac{1}{2\pi^2 \cdot |\vec{x} - \vec{x}'|^3} \left[\gamma n(|\vec{x} - \vec{x}'| \cdot \hbar_0) - |\vec{x} - \vec{x}'| \cdot \hbar_0 \cdot \cos(|\vec{x} - \vec{x}'| \cdot \hbar_0) \right] +$$

$$+ T^2 \cdot \frac{m^2}{12 \hbar^4} \cdot \frac{\cos(|\vec{x} - \vec{x}'| \cdot \hbar_0)}{\hbar_0} + O(T^4)$$

Wir definieren nun das sog. Fermi-Loch, welches darüber Aufschluß gibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit in einem bestimmten Abstand von einem herausgegriffenen Fermion kein weiteres der gleichen Spinrichtung gefunden wird.

$$A1.7 \quad k(\vec{x}, \vec{x}', T) = \frac{|n(\vec{x}, \vec{x}', T)|^2}{n(\vec{x}, T) \cdot n(\vec{x}', T)}$$

Die Funktion A1.7 geht aus A1.6 hervor, wenn man das geometrische Mittel der Wellenzahlen durch die Dichten ausdrückt. Dies wiederum geschieht durch Inversion der Beziehung A1.4 in der Ordnung von T^2 .

$$k_F(\vec{x}, T) = (6\pi^2 \cdot n(\vec{x}, T))^{1/3} = \frac{m^2 \cdot \pi^2 \cdot T^2}{6 \hbar^4 \cdot (6\pi^2 \cdot n(\vec{x}, T))}$$

Wir erhalten für die Dichtematrix mit der üblichen Abkürzung

$$z = (6\pi^2)^{1/3} \cdot (n(\vec{x}, T) \cdot n(\vec{x}', T))^{1/6} \cdot |\vec{x} - \vec{x}'|$$

den folgenden Ausdruck

$$\begin{aligned} n(\vec{x}, \vec{x}', T) &= (n(\vec{x}, T) \cdot n(\vec{x}', T))^{1/2} \cdot \frac{3}{z^2} \cdot (\sin(z) - z \cdot \cos(z)) \\ &+ T^2 \cdot \frac{m^2 (6\pi^2)^{1/3}}{12 \hbar^4} \cdot (n(\vec{x}, T) \cdot n(\vec{x}', T))^{-1/6} \cdot \cos(z) \\ &- T^2 \cdot \frac{m^2 (6\pi^2)^{1/3}}{24 \hbar^4} \cdot \left(\frac{n(\vec{x}, T)^{1/2}}{n(\vec{x}, T)^{5/6}} + \frac{n(\vec{x}', T)^{1/2}}{n(\vec{x}', T)^{5/6}} \right) \cdot \frac{\sin(z)}{z} . \end{aligned}$$

A1.8

In der Figur A1 ist das zu dieser Dichtematrix gehörende Fermi-
loch für den Fall einer im Kerninneren homogenen Dichte aufge-
tragen.

$$\left(n_{\text{kern}} = \frac{A}{V} = \frac{3}{4\pi r_0^3} ; r_0 = 1,12 \text{ fm} \right)$$

Figur FA1: Erwärmtes Fermi-Loch $\ell^2(x, x')$ im
homogenen Kerninneren

Figur FA1:

WAHRSCHEINLICHKEIT

1.0

0

- 90 -

$T = 0 \text{ MeV}$

$T = 10 \text{ MeV}$

$T = 20 \text{ MeV}$

$T = 30 \text{ MeV}$

$T = 40 \text{ MeV}$

$K(0) = \text{ABS}(X - X')$

4.80

4.40

4

3.60

3.20

2.80

2.40

2

1.60

1.20

.80

.40

A1c Numerische Verfahren im Programm von K.Albrecht (T=0)

Mit dem Computerprogramm, das mir von Herrn Albrecht zur Verfügung gestellt wurde, konnten bis auf die Cranking-Trägheitsmomente alle für die kalten Kerne notwendigen Größen berechnet werden, also Tropfenenergien, Schalenenergien, Strutinski-Korrekturen und Paarkorrekturen. Zur Bestimmung der ersteren sind neben analytischer Ausrechnung noch Gauß-Integrationen notwendig. Die Einteilchenenergien werden durch Diagonalisieren der Matrix des Hamiltonoperators 5.2.2 in der Basis der Eigenfunktionen des sphärischen harmonischen Oszillators gewonnen. In dieser Basis können die Matrixelemente der verschiedenen Summanden von 5.2.2 analytisch ausgerechnet werden (A1 73). Dann wird für jeden Satz von Quantenzahlen (Ω, π) die notwendige Teilmatrix diagonalisiert, wobei alle Teilmatrizen durch Abschneiden der Basis bei einer maximalen Oszillatorschale begrenzt werden. Dies ist die einzige Approximation, die Kopplung der verschiedenen Oszillatorschalen exakt behandelt. (Es wird so abgeschnitten, daß sich bei Erhöhen von $N_{\max}$ um 2 die Schalenenergie um weniger als 50 KeV ändert.) Für die Diagonalisation nützt man aus, daß die Matrizen reell und symmetrisch sind. Man kann sie deshalb durch eine Reihe von elementaren Drehungen auf eine Gestalt mit drei Diagonalen bringen, zu der sich leicht Eigenwerte und Eigenvektoren ermitteln lassen (vgl. Fa70). Die Eigenvektoren der ursprünglichen Matrix erhält man durch Zurückdrehen. Wir ließen sie uns für jede Teilmatrix ausrechnen, speicherten sie temporär auf die Platte oder langfristig auf Magnetband und benutzten sie zur Bestimmung der Cranking-Momente.

Auf die Strutinskikorrektur gingen wir schon in A1 ein, den BCS-Code von Dickmann für T=0 besprechen wir kurz bei unserer Erweiterung auf den Fall $T > 0$.

A1d Die in die Cranking-Trägheitsmomente eingehender,
analytischen Drehimpulsmatrixelemente

Wir haben in Kapitel 7 die Trägheitsmomente im Cranking-Modell mit den entsprechenden Werten des starren Tropfens verglichen. Die letzteren lassen sich relativ leicht analytisch aus der Tropfenoberflächen-Parametrisierung ausrechnen und lauten

$$\Theta_{\text{starrer Tropfen}}^{\parallel} = \frac{2}{5} M r_0^2 \cdot A^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\frac{1}{21} c^4 + \frac{2}{7} c^2 + 1}{(s+1)^{\frac{2}{3}} \cdot (\frac{1}{5} c^2 + 1)^{\frac{5}{3}}}$$

$$\Theta_{\text{starrer Tropfen}}^{\perp} = \frac{2}{5} M r_0^2 \cdot A^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2 \cdot (\frac{1}{5} c^2 + 1)^{\frac{5}{3}}} \cdot \left(\frac{\frac{c^4}{21} + \frac{2}{7} c^2 + 1}{(s+1)^{\frac{2}{3}}} + (s+1)^{\frac{4}{3}} \cdot (\frac{3}{7} c^2 + 1) \right)$$

In die ersteren gehen die Matrix-Elemente $\langle p | j_x | q \rangle$ zwischen den Eigenvektoren ein.

Wegen
$$j_x = \frac{1}{2} \cdot (j_+ + j_-)$$

gilt
$$\langle p | j_x | q \rangle = 0 \quad \text{falls } |\Omega_p - \Omega_q| = |j_z^p - j_z^q| \neq 1$$

und
$$\langle p | j_x | q \rangle = 0 \quad \text{falls } \pi_p + \pi_q$$

Da ferner $|\langle p | j_x | q \rangle| = |\langle q | j_x | p \rangle|$ gilt, sind alle Summanden der Größe $\Theta_{\text{cranking}}(T)$ aus Gl. 4.4.1 symmetrisch in p und q, und man kann den Summationsbereich folgendermaßen zerlegen.

$$\Theta_{\text{cranking}}(T) = \sum_{\substack{\Omega_p \geq 0 \\ \Omega_q \geq 0}} \Theta_{pq} = 2 \cdot \sum_{\substack{\Omega_p = \Omega_q + 1 \\ \Omega_q \geq \frac{1}{2}}} \Theta_{pq} + 2 \cdot \sum_{\substack{\Omega_p = \Omega_q - 1 \\ \Omega_q \leq -\frac{1}{2}}} \Theta_{pq} + 2 \cdot \sum_{\substack{\Omega_p = \frac{1}{2} \\ \Omega_q = -\frac{1}{2}}} \Theta_{pq}$$

Die Eigenvektoren, die im zweiten Summanden der letzten Zeile auftreten, sind zu denen des ersten Summanden zeitinvers ($\hat{K} | \Omega, \pi \rangle = | -\Omega, \pi \rangle$). Weil aber der Zeitumkehroperator mit den drei Komponenten des

Drehimpulses antikommutiert, gilt

$$|-\Omega, \pi, \varepsilon\rangle / j_x |-\Omega, \pi\rangle = |-\Omega, \pi\rangle / j_x |-\Omega, \pi\rangle,$$

so daß beide Summanden gleich sind.

In unserer Basis lauten die Eigenvektoren ($\Omega > 0$)

$$|\Omega, \pi, \varepsilon\rangle = \sum_{\{N, \ell\}_{\Omega, \pi}} c_{N\ell}^{\text{par}}(\Omega, \pi, \varepsilon) |N, \ell, \Omega - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + c_{N\ell}^{\text{antipar}}(\Omega, \pi, \varepsilon) |N, \ell, \Omega + \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle,$$

wobei man über die Oszillatorquantenzahlen summieren muß, die mit Ω und π verträglich sind. Somit kann man die Matrixelemente mit $\Omega \geq \frac{1}{2}$ schreiben als

$$\begin{aligned} \langle \Omega+1, \pi, \varepsilon' | j_x | \Omega, \pi, \varepsilon \rangle &= \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\{N\ell\}_{\Omega} \cap \{N\ell\}_{\Omega+1}} c_{N\ell}^{\text{par}}(\Omega+1, \pi, \varepsilon') \cdot c_{N\ell}^{\text{ant}}(\Omega, \pi, \varepsilon) + \\ &\quad + c_{N\ell}^{\text{ant}}(\Omega, \pi, \varepsilon) \cdot c_{N\ell}^{\text{ant}}(\Omega+1, \pi, \varepsilon') \cdot \sqrt{(\ell - \Omega - \frac{1}{2}) \cdot (\ell + 1 + \Omega + \frac{1}{2})} \cdot (1 - \delta_{\ell, \Omega - \frac{1}{2}}) \cdot \\ &\quad \cdot (1 - \delta_{\ell, \Omega + \frac{1}{2}}) \\ &\quad + c_{N\ell}^{\text{par}}(\Omega, \pi, \varepsilon) \cdot c_{N\ell}^{\text{par}}(\Omega+1, \pi, \varepsilon') \cdot \sqrt{(\ell - \Omega + \frac{1}{2}) \cdot (\ell + 1 + \Omega - \frac{1}{2})} \cdot (1 - \delta_{\ell, \Omega - \frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

Zur Berechnung der restlichen Matrixelemente brauchen wir den Eigenvektor mit $\Omega = -1/2$

$$|-\frac{1}{2}, \pi, \varepsilon\rangle = \hat{K} | \frac{1}{2}, \pi, \varepsilon \rangle = \sum_{\{N\ell\}_{\frac{1}{2}}} \left\{ c_{N\ell}^{\text{par}}(\frac{1}{2}, \pi, \varepsilon) \cdot |N\ell 0 -\frac{1}{2}\rangle + c_{N\ell}^{\text{ant}}(\frac{1}{2}, \pi, \varepsilon) \cdot |N\ell -1 +\frac{1}{2}\rangle \right\},$$

den man aus dem Eigenvektor mit $\Omega = +1/2$ herleiten kann, wenn man die Beziehung $\hat{K} = -i \sigma_y \cdot \hat{K}_0$ berücksichtigt ($\hat{K}_0$ ist der Operator der komplexen Konjugation). Man erhält dann

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2}, \pi, \epsilon' | j_x | -\frac{1}{2}, \pi, \epsilon \rangle = & \frac{1}{2} \cdot \sum_{\{Nl\}_{\frac{1}{2}, \pi}} \left\{ c_{Nl}^{pos}(\frac{1}{2}, \pi, \epsilon) \cdot c_{Nl}^{anl}(\frac{1}{2}, \pi, \epsilon') \cdot \sqrt{l(l+1)} + \right. \\ & + c_{Nl}^{pos}(\frac{1}{2}, \pi, \epsilon') \cdot c_{Nl}^{anl}(\frac{1}{2}, \pi, \epsilon) \cdot \sqrt{l(l+1)} + \\ & \left. + c_{Nl}^{pos}(\frac{1}{2}, \pi, \epsilon) \cdot c_{Nl}^{pos}(\frac{1}{2}, \pi, \epsilon') \right\} \end{aligned}$$

Bei einer nichtadiabatischen Berechnung der Rotation nach 3.1.10 hätte man die j_x -Matrixelemente zwischen Basiszuständen zu berechnen, was noch einfacher wäre.

A1e Paarkorrektur und Schalenkorrektur bei $T > 0$

Beim BCS-Code für $T > 0$ wird ganz analog vorgegangen wie im Fall $T=0$. Man hat aus der Gap-Gleichung 4.1.1 und der Beziehung $N(\lambda(T), \Delta(T)) = \left\{ \frac{N}{2} \right.$ (4.1.2) die Größen $\lambda(T)$ und $\Delta(T)$ zu bestimmen. Dies gelingt durch selbstkonsistente Iteration unter Zuhilfenahme einer Newtonschen Nullstellensuche für beide Gleichungen. Die Berechnung der isothermen Schalenkorrekturen wurde in A1a beschrieben. Zur Bestimmung der isentropen Deformationsenergie interpolieren wir die Gesamtentropie 6.1.1 durch ein Polynom vom Grad 6, welches außer durch die gerechneten Stützstellen bei $T=0, 0,5, 1,0, 1,5, 2,0 \text{ MeV}$ noch durch die Zusatzforderungen $\frac{dS}{dT} \Big|_{T=0} = 0$ und $\frac{dS}{dT} \Big|_{T=2,0 \text{ MeV}} = \frac{S(2,0 \text{ MeV})}{2,0}$ festgelegt ist. Die Interpolation erlaubt dann, aus der Gleichung $S(T, \text{Defo}) = S_0$ eine deformationsabhängige Temperatur zu bestimmen, bei der die innere Energie zu nehmen ist. Dazu wurde die Schalenkorrektur $\delta U(T)$ ebenfalls durch ein Polynom sechsten Grades interpoliert, wobei

die Forderungen an dessen Randverhalten $\left. \frac{dS_u}{dT} \right|_{T=0} = \left. \frac{dS_u}{dT} \right|_{T=2.5 \text{ MeV}} = 0$ lauteten.

Wir versuchten nicht, die Parameter neu zu bestimmen, die in Schalenkorrektur, Paarkorrektur sowie Einteilchenpotential und Tropfenenergien eingehen ($\gamma, G, \hbar\omega_0, \kappa, \mu$, Tropfenparameter), sondern wählten guten Gewissens die gleiche Abhängigkeit der Parameter von den Nukleonenzahlen wie Albrecht (Al73) auch für unsere schweren Systeme, für die noch kein Fit möglich ist.

Alf Programmorganisation, Plotten

Die Kalkulationen zum Kern $^{298}_{114}\text{X}$ wurden auf der IBM-Anlage in Garching durchgeführt, während die anderen Systeme auf der CYBER des Leibniz-Rechenzentrums in München behandelt wurden. Nach Fu72, BFNN72 kann man die Flächen der Deformationsenergie für verschiedene Kerne mit den Energiespektren eines einzigen Kernels berechnen, solange der Massenzahlunterschied kleiner als 15 ist. Aus diesem Grunde führten wir in Garching die Diagonalisierung der Energiematrizen und die Eigenvektorberechnung nur für einen "mittleren" Kern $^{280}_{114}\text{X}$ durch und speicherten Spektren, Quantenzahlen und j_x -Matrixelemente auf Magnetbändern. Für das System mit $A=292$ wurde diese Information dann von den Bändern entnommen. Bei den späteren Läufen auf der CYBER war die Rechenzeit kein primäres Problem, so daß wir Spektren und Eigenvektoren für jeden Kern neu berechneten. Die jeweiligen Speicherplatz- und Zeitanforderungen sind in Tabelle 5 angegeben. Pro Lauf wurden alle wesentlichen Zahlen außer auf dem Druckerprotokoll auch auf Lochkarten ausgegeben. Die aus den kumulierten Daten gewonnenen

effektiven Potentiale wurden dann mit dem Höhenlinienplot-Programm Contour gezeichnet, das zu diesem Zweck auf die Rechenmaschine PDP10 des Garchinger Beschleunigers transferiert wurde. Jedes Höhenlinienbild interpoliert zwischen 12x12 Stützstellen.

Tabelle 8:

Programmanforderungen pro Deformation und pro Satz der Temperaturen (T=0, 0,5, 1,0, 1,5, 2,0)

Maschine	Rechnung	Rechenzeit bei $N_{max}=18$	Kernspeicherbedarf in Kilobytes
AMDAHL (IPP, Garching)	1.) Bei diesem Lauf wurden die benötigten Eigenvektoren und Eigenwerte durch Matrix-Diagonalisierung neu berechnet und auf Band gespeichert. Mit Overlay	64sec	280KB
	2.) Bei diesen Läufen wurden Energien, Eigenvektoren und Quantenzahlen vom Band genommen. Mit Overlay	32sec	280KB
PDP10 (Beschleunigerlabor Garching)	Wie bei Lauf 2.)	30min	45+7KB
CYBER (Leibniz-Rechenzentrum München)	Mit Berechnung von Eigenvektoren und Eigenwerten Ohne Overlay Double Precision-Rechnung beibehalten	150sec	241KB

Anhang 2 Die Schalenmodell-Programme von J.H.Vogeler und B.Hird

Bevor uns K.Albrecht freundlicherweise sein Programm zur Verfügung stellte, untersuchten wir zwei andere uns zur Verfügung stehende Programme daraufhin, wie sie sich für unsere Zwecke eigneten.

Mit dem Code von J.H.Vogeler (Vo69) ist es möglich, Einteilchen-Niveaus und Eigenvektoren zu einem recht allgemeinen Potential zu bestimmen. Um die Nichtlokalität der Kernkräfte zu berücksichtigen wird nämlich ein Woods-Saxon Potential mit energieabhängiger Tiefe (abschaltbar) verwendet. Ferner werden α_2 - und α_4 -Deformationen zugelassen und die Wanddicke des Potentials winkelunabhängig gehalten. Das Coulombpotential der Protonen geht in den Hamiltonoperator ein. Schließlich werden die Energien einer BCS Rechnung unterzogen. Es ist eine Folge der allgemeinen Wahl des Potentials, daß das Programm entsprechend lang zur Berechnung der Matrixelemente des Hamiltonoperators und zur Diagonalisierung braucht. So beträgt die Rechenzeit für eine Deformation selbst bei einer relativ starken Beschränkung der Oszillatorbasis auf $N \leq 10$, die nur bei nahezu sphärischen Oberflächen gerechtfertigt ist, nicht weniger als 3 Minuten auf der IBM 360-91 in Garching. Dazu käme bei uns noch die Zeit für Tropfenrechnungen und für die Schalenkorrekturen bei $T > 0$. Außer aus finanziellen Gesichtspunkten ist ein solcher Aufwand für Rechnungen zur Spaltung auch deswegen nicht angebracht, weil man weiß, daß die Strutinski-Methode mit weniger sophistischen Potentialen ebenso gut funktioniert, daß es dagegen wesentlich auf die Behandlung der Deformationen ankommt.

Über den Programmservice der Zeitschrift Computer-Communications bezogen wir einen anderen Code von B.Hird (Hi73). Bei diesem

wird zu einem sphärischen Woods-Saxon-Potential ein sphärischer ls-Term hinzugefügt und dazu ein Näherungsansatz für eine Quadrupol- und Hexadekupol-Winkelabhängigkeit. Das Programm rechnet schneller als das zuletzt genannte, liefert aber keine befriedigenden Ergebnisse bei mäßigen Deformationen. Wegen dieser Schwäche unterließen wir es, damit weitere Rechnungen anzustellen.

Anhang 3

Umrechnung der Formel 4.4.1 für die Cranking-Trägheitsmomente angeregter Kerne in die Beziehung 4.4.2 der Arbeit "Funny Hills ..."

Wir setzen die Erwartungswerte für die normale und die anomale Dichte $n_p(T)$ und $\chi_p(T)$ (4.1.3 und 4.1.4) in den Ausdruck für $\Theta_{\text{cranking}}^{\text{BCS}}(T=0)$ (3.1.10) ein.

$$\begin{aligned}
 \Theta_{\text{cranking}}^{\text{BCS}}(T) &= \hbar^2 \sum_{p,q} \langle K p | j_x | q \rangle^2 \frac{(n_q - n_p)^2}{(n_q - n_p) \cdot (e_p - e_q) + (\Delta_p + \Delta_q) \cdot (\chi_p + \chi_q)} = \\
 &= \hbar^2 \cdot \sum_{p,q} \langle K p | j_x | q \rangle^2 \frac{(n_q - n_p)(e_p + e_q)}{(e_p + e_q)(e_p - e_q) + \frac{(\Delta_p + \Delta_q)(e_p + e_q) \cdot (\chi_p + \chi_q)}{(n_q - n_p)}} = \\
 &= \frac{\hbar^2}{2} \sum_{p,q} \langle K p | j_x | q \rangle^2 \frac{\frac{E_p^2 - \Delta_p^2}{E_p} \cdot \hbar \left(\frac{E_p}{2T} \right) - \frac{E_q^2 - \Delta_q^2}{E_q} \cdot \hbar \left(\frac{E_q}{2T} \right) + \frac{e_p e_q}{E_p} \cdot \hbar \left(\frac{E_p}{2T} \right) - \frac{e_q e_q}{E_q} \cdot \hbar \left(\frac{E_q}{2T} \right)}{e_p^2 - e_q^2 + \frac{(\Delta_p + \Delta_q) \cdot \left(\frac{e_p \Delta_p}{E_p} \cdot \hbar \frac{E_p}{2T} + \frac{e_q \Delta_q}{E_q} \cdot \hbar \frac{E_q}{2T} + \frac{e_p \Delta_q}{E_p} \cdot \hbar \frac{E_q}{2T} + \frac{e_q \Delta_p}{E_q} \cdot \hbar \frac{E_p}{2T} \right)}{e_p \cdot \hbar \left(\frac{E_p}{2T} \right) - e_q \cdot \hbar \left(\frac{E_q}{2T} \right)}
 \end{aligned}$$

Dabei sind wie in Abschnitt 4.1 die Abkürzungen $\hbar(x) = \tanh(x)$,

$E_q = \sqrt{(\varepsilon_q - \lambda)^2 + \Delta_q^2}$ und $e_q = \varepsilon_q - \lambda$ verwendet worden,

und wir rechnen in der Näherung

A3.2

$$\Delta_p(T) = \begin{cases} \Delta(T) & |\varepsilon_p - \lambda| \leq \omega \\ 0 & |\varepsilon_p - \lambda| \geq \omega \end{cases}$$

Wenn man dagegen von der wahrscheinlichsten (nicht gedruckten)

Funny-Hills-Version ausgeht, erhält man

$$\begin{aligned} \Theta_{\text{cranking}}^{K, F.H.}(T) &= \frac{\hbar^2}{2} \sum_{p,q} |K_{p,q}|^2 \left[\frac{(u_p v_q - u_q v_p)^2}{\varepsilon_p + \varepsilon_q} \cdot \left(\hbar \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) + \hbar \left(\frac{\varepsilon_q}{2T} \right) \right) + \frac{(u_p u_q + v_p v_q)^2}{\varepsilon_p - \varepsilon_q} \cdot \left(\hbar \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) - \hbar \left(\frac{\varepsilon_q}{2T} \right) \right) \right] \\ &= \frac{\hbar^2}{2} \sum_{p,q} |K_{p,q}|^2 \frac{(\varepsilon_p + \hbar \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) - \varepsilon_q) \cdot \hbar \left(\frac{\varepsilon_q}{2T} \right) \cdot 1 - (\varepsilon_p - \hbar \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) - \varepsilon_q) \cdot \hbar \left(\frac{\varepsilon_q}{2T} \right) \cdot ((u_p^2 - v_p^2)(u_q - v_q)^2 - 4u_p u_q v_p v_q)}{(\varepsilon_p + \varepsilon_q) \cdot (\varepsilon_p - \varepsilon_q)} \end{aligned}$$

Die Größen u_p, v_p sind die üblichen BCS-Besetzungszahlen wie bei

$$T=0, \quad v_p^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_p - \lambda(T)}{\varepsilon_p} \right), \quad u_p^2 = 1 - v_p^2 \quad \text{und}$$

$$\text{sie erfüllen} \quad u_p v_p = \frac{\Delta_p}{2\varepsilon_p}, \quad u_p^2 - v_p^2 = \frac{\varepsilon_p^2}{\varepsilon_p^2}. \quad \text{Deshalb gilt:}$$

$$A3.3 \quad \Theta_{\text{crank}}^{K, F.H.}(T) = \frac{\hbar^2}{2} \sum_{p,q} |K_{p,q}|^2 \cdot \frac{\varepsilon_p \cdot \hbar \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) - \varepsilon_q \cdot \hbar \left(\frac{\varepsilon_q}{2T} \right) + \frac{\varepsilon_p \varepsilon_q}{\varepsilon_p} \hbar \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) - \frac{\varepsilon_p \varepsilon_q}{\varepsilon_q} \hbar \left(\frac{\varepsilon_q}{2T} \right) + \frac{\Delta_p \Delta_q}{\varepsilon_p} \hbar \left(\frac{\varepsilon_p}{2T} \right) - \frac{\Delta_p \Delta_q}{\varepsilon_q} \hbar \left(\frac{\varepsilon_q}{2T} \right)}{\varepsilon_p^2 - \varepsilon_q^2 + \Delta_p^2 - \Delta_q^2}.$$

Die beiden resultierenden Gleichungen A.3.1 und A.3.3 unterscheiden sich im Nenner, wo man es leicht sieht, und im Zähler durch das unterschiedliche Vorzeichen der Summanden, welche die Gap-Parameter Δ_p, Δ_q explizit enthalten. Bei $T=0$ allerdings gehen A.3.1 und A.3.3 in den gleichen Ausdruck 3.1.8 über. Bei Temperaturen ab etwa 0,5 MeV verschwinden nach der Abschätzung 4.3.4 und Gl. A.3.2 alle Gaps $\Delta_p(T)$, damit werden A.3.1 und A.3.3 ebenfalls gleich.

Im dazwischenliegenden Temperaturbereich mit $\Delta(T=0) \gg \Delta(T) > 0$ stimmen diejenigen Summanden von A.3.1 und A.3.3 überein, für welche $|\varepsilon_p - \omega| > \omega$ und $|\varepsilon_q - \omega| > \omega$ gilt. Nach Abschnitt 4.1 sind das solche, deren Energien mehr als $\sqrt{15 \cdot \left\{ \frac{N}{2} \right\}}$ Niveaus von der Fermikante entfernt liegen. Die anderen Summanden unterscheiden sich. Wenn man in unserer Formel allerdings die Mittelwerte für die anomalen Dichten gleich Null setzt, stimmen die Nenner von

A.3.1 und A.3.3 überein, und die Zähler differieren nur noch im Vorzeichen der Δ -abhängigen Ausdrücke.

Man kann leicht abschätzen, daß sowohl A.3.1 als auch A.3.3 bei $T=0$ eine horizontale Tangente haben. Anfänglich wächst A.3.1 etwas langsamer mit T als A.3.3.

Anhang 4 Ein Test: Welche Ergebnisse liefert im Vergleich zum Strutinski-Verfahren eine Methode, bei der man die Schalenmodell-Dichte in einen Thomas-Fermi-Energieausdruck einsetzt?

In Anbetracht der Schwierigkeiten, welche die Strutinski-Mittelung - abgesehen von ihrem ad hoc-Charakter - mit sich bringt, versuchten wir, einer Idee von G.Süßmann nachzugehen. Wenn doch die Th.-F.-Näherung aus der Hartree-Näherung als semiklassischer Grenzfall folgt, kann man dann diesen Limes nicht als den mittleren Trend der Einteilchenbewegung betrachten, den es nach Strutinski bei der Berechnung der Spaltung zu eliminieren gilt? Das Schalenmodell vernachlässigt ja Austauscheffekte ebenso wie die H.-Näherung, ist allerdings insofern gröber, als nur Einteilchenenergien aufsummiert werden. Andererseits geht die Th.-F.-Annahme eines lokal freien Fermigases wahrscheinlich weiter als die S.-Methode, bei der nur die Schwankungen der Niveaudichte herausgemittelt werden sollen, die nicht langwelliger sind als ein Schalenabstand, also nicht etwa Effekte einer räumlichen Inhomogenität. Es wäre deshalb wünschenswert, als Ersatz für die S.-Methode ein verbessertes Th.-F.-Verfahren heranzuziehen, das die Potentialänderungen am Kernrand angemessener

berücksichtigt. Nach G.Süßmann sollte es den Versuch wert sein, wenn man die räumlichen Schalenmodellldichten, die ja bei einer Schalenmodellrechnung gleichzeitig mit den Niveaus beschafft werden können, in einen Th.-F.-Energieausdruck einsetzt. Man kann ja in der Th.-F.-Näherung die Energie als Funktional der Dichte schreiben.

Dem genannten Versuch steht auch in realistischen Rechnungen nichts mehr entgegen, seit es nach W.Stocker et al. (SSK72) und K.Jennings et al. (JBB75) möglich ist, eine Einteilchen-Spin-Bahn-Kraft in die Th.-F.-Näherung einzubeziehen. Lediglich die Behandlung des l^2 -Korrekturterms beim Nilsson-Potential wurde noch nicht durchgeführt, sie könnte aber völlig analog wie bei JBB75 in Störungsrechnung erfolgen. Außerdem müßte getestet werden, ob und welche Inhomogenitätskorrekturen zur Th.-F.-Energie dazugenommen werden sollen, also etwa ein Weizsäcker-Term. Darüber kann man nicht von vornherein entscheiden, weil man ja mit dem genannten Vorschlag den Rahmen des selbstkonsistenten Th.-F.-Modells verläßt und nicht weiß, welchen Einfluß es auf die kinetische Energie hat, daß sich die Schalenmodellldichte am Kernrand realistischer verhält als die Th.-F.-Dichte. Wir wollen zunächst Vergleichsrechnungen anderer Autoren betrachten. Der Zusammenhang zwischen einer erweiterten Th.-F.-Näherung und dem Strutinski-Verfahren wurde schon des öfteren numerisch untersucht, so von Bhadurí und Ross (BhRo71) für unendlich hohe Potentiale und von K.Jennings und K.Bhaduri (JeBh75) für das Woods-Saxon-Potential. Dabei verwendeten die Autoren zur Erweiterung von Th.-F. eine "Entwicklung nach Potenzen von h " (vgl. Wigner (Wi32), Kirkwood (Ki33), Golden (Go57), Kirschnitz (Ki67)). Sie entwickeln entweder die Wignertransformierte der Dichtematrix

oder den Integranden der Verteilungsfunktion $z(\beta) = \frac{2}{h^3} \int d^3\vec{p} e^{-\frac{p^2}{2m}} e^{-\beta \frac{p^2}{2m}}$ nach Potenzen von h (bzw nach der Potentialinhomogenität), weil diese Ausdrücke eine große Ähnlichkeit mit den klassischen Verteilungsfunktionen im Phasenraum haben. Die Energie und die Teilchenzahl kann man dann ebenfalls nach wachsenden Potenzen der Größe h ordnen. Man glaubte bis etwa zur Arbeit von Payne (Pa63), daß man mit einer solchen Entwicklung eine gegen die H.-Näherung konvergierende Systematik in der Hand habe (vgl. zur Übersicht Dipl. Arbeit von M. Diebel (Di72)). Payne zeigte aber dann an einem linearen Potential, daß die wellenmechanischen Dichten bei großen Teilchenzahlen in einen glatten und einen oszillatorischen Anteil aufspalten, von welchen der glatte mit dem Ergebnis einer h -Entwicklung übereinstimmt. Nach Payne zeigt die h -Entwicklung deswegen keine Konvergenz gegen die H.-Ergebnisse, weil sie um eine nicht analytische Stelle bei $h=0$ ausgeführt wird. Dies ist solange nicht so tragisch, - von mathematischen Bedenken abgesehen (Balasz77)* - solange man am glatten Anteil der Schalenmodell-Größen interessiert ist. In der Tat wurde in den genannten Arbeiten von BhRo71 und JeBh75 und Je76 eine sehr gute Übereinstimmung der semiklassischen Entwicklung mit den Strutinskienergien erzielt (bis auf 0.1 MeV beim harmonischen Oszillator ohne 1s-Term, bis auf 1 MeV beim Woods-Saxon-Potential). Der harmonische Oszillator stellt natürlich insofern eine Ausnahme dar, als bei diesem die höheren Ableitungen des Potentials verschwinden, die in die Reihenglieder mit höheren Potenzen von h eingehen. Für diesen Spezialfall konnte Jennings (Je76) analytisch die Formel für die Strutinski-Mittelung (4.5.1) aus der Forderung herleiten, daß die mit der Frequenz $\hbar\omega$ oszillierenden Anteile der quantenmechanischen Verteilungsfunktion $Z_{\text{harm.Osz.}}(\beta)$ weggemittelt werden

sollten. Der Rest kommt gerade von der h-Entwicklung.

Obwohl wir nicht erwarten können, daß die am Anfang dieses Abschnitts vorgeschlagene Mittelungsmethode eine noch bessere Übereinstimmung mit der Strutinski-Methode liefert als obige Verfahren, sollte doch eine Testrechnung durchgeführt werden. In Th.-F.-Näherung gelten die folgenden Beziehungen für Teilchenzahl und Energie, wobei die Ausdrücke in geschweiften Klammern die nächstfolgenden Glieder einer h-Entwicklung sind (vgl. Je76).

$$A4.1 \quad N_{sc} = \frac{1}{3\pi^2} \cdot \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \cdot \int d^3\vec{x} \left[(\lambda_{sc} - V)^{3/2} - \left\{ \frac{\hbar^2}{32m} \cdot \nabla^2 V \cdot (\lambda_{sc} - V)^{-1/2} \right\} \right]$$

$$A4.2 \quad E_{sc} = \lambda_{sc} \cdot N_{sc} - \frac{2}{15\pi^2} \cdot \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int d^3\vec{x} (\lambda_{sc} - V)^{5/2} + \left\{ \frac{1}{24\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \cdot \int d^3\vec{x} \nabla^2 V \cdot (\lambda_{sc} - V)^{1/2} + \dots \right\}$$

Wenn man die erste Beziehung für die Dichte invertiert, erhält man den Ausdruck für die Energie, in den man die Schalenmodell-Dichten einsetzen kann.

$$A4.3 \quad E_{sc} = \int d^3\vec{x} \left[n \cdot V + \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{3}{5} \cdot (3\pi^2)^{2/3} \cdot n^{5/3} + \left\{ \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{(\nabla n)^2}{36n} \right\} \right]$$

Auf diese Weise berechneten wir einen sphärischen harmonischen Oszillator mit der magischen Anzahl von 112 Teilchen. Dabei betrachteten wir keinen ls-Term und wählten die Einheiten mit $\hbar\omega = \frac{\hbar^2}{m} = 1$. In der folgenden kleinen Tabelle sind die verschiedenen Energiebeträge angegeben, die man für dieses System mit den angesprochenen unterschiedlichen Rechenmethoden erhält.

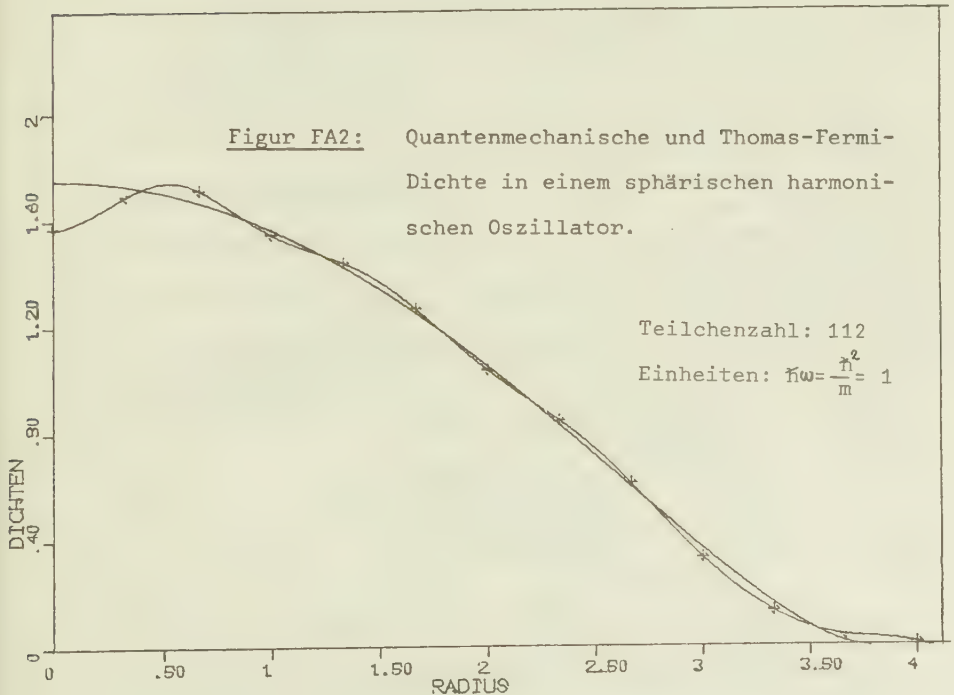
Tabelle 9:

Sphärischer harmonischer Oszillator mit 112 Teilchen , $\hbar\omega = \frac{\hbar^2}{m} = 1$

$E_{\text{Schal.}}$	$E_{\text{Strut.}} (E)$	$E_{\text{Th.-F.}}$	$E_{\text{Th.F.+Weiz.}} (Gl. A4.1, A4.2)$	qu.mech.Dichte mit Th.-F.-Energie		
				Pot.	Kin.	Weiz.
588,0	590,03	583,97	590,05	294,00	291,34	14
				585,34		
				589		

Man sieht, daß die reine Th-F-Energie um 6 MeV unter der Strut-Energie liegt, daß die letztere Größe aber mit den Formeln A4.1 und A4.2 ausgezeichnet reproduziert werden kann. Wenn man die quantenmechanische Dichte, die wir aus einer Tabelle mit 14 Stützwerten interpolierten, in einen reinen Th.-F.-Energieausdruck nach A4.3 einsetzt, so erhält man einen Wert von 585,34 MeV, der eine Schalenkorrektur von +2,66 MeV bedeuten würde im Vergleich zu -2,05 MeV mit der S.-Methode. Man sieht aber beim Vergleich mit der Energie in Spalte 3, daß die Energie nun um 1,3 MeV höher liegt. Offensichtlich wird ein Teil ($\approx 1/4$) der kinetischen Weizsäcker-Korrektur schon durch die realistischere Dichte berücksichtigt, da ja die potentielle Energie genau den Wert hat, den sie nach dem Virialsatz aufweisen muß. Die Weizsäckerische Korrekturenergie wird mit der exakten Dichte ums Doppelte zu groß und würde auf eine Schalenkorrektur von -11 MeV führen. Offensichtlich werden die realistischen Dichteschwankungen von diesem Term überschätzt. Wir vermuten, daß sich daran auch bei einer Berücksichtigung höherer Korrekturen nichts ändern würde. Folglich meinen wir, daß man, wenn man die Schwierigkeiten der S.-Methode umgehen will, wie etwa bei endlichen Potentialen, lieber zur semiklassischen Entwicklung greifen sollte. Übrigens wird in Je76 auf eine private Kommunikation mit M.Brack (1976)

verwiesen, nach der dieser die kinetische Energie nach der $\hbar$ -Entwicklung mit einer exakten Dichte eines Woods-Saxon-Potentials berechnete. Er fand, daß das Ergebnis von der quantenmechanischen kinetischen Energie um einen Betrag abwich, der "von gleichem Vorzeichen und ungefähr gleicher Größe war wie die Strutinski-Schalenkorrektur".



Übersicht über die Figuren. (Auch die einzelnen Figuren tragen eine Beschriftung.)

- F1, Ergebnisse des Ansatzes eines kalten, starr rotierenden
F2 Tropfens (CPS72),(Kap.2)
- F3a,3b Beispiele für das Temperaturverhalten der Cranking-Trägheitsmomente, Vergleich mit dem starren Tropfen (Kap. 7,Abschn.4.1)
- F3c Temperaturverhalten des Gapparameters (Zusammenbrechen der Paarung),(Abschn.4.1)
- F4a Tropfenoberflächen-Parametrisierung nach Lawrence-Hasse (5.1)
F4b Dazu passendes Einteilchenpotential nach Albrecht (Abschn.5.2)
- F5a Ein Plot, der 1; ein Gefühl vermittelt für die Tropfen-Deformationenergien bei größeren Deformationen
 2; plausibel macht, warum im relativ flachen Gebiet unserer Strutinski-Barrieren (hoch über und relativ weit weg von der Coulombschwelle bei $c=2,0$) ein thermodynamisches Gleichgewicht angesetzt werden kann.
- F6a,b,c Temperaturverhalten der Schalenkorrekturen δU , δC , δF im Vergleich. Aus ihnen gewinnt man Aufschluß über den Unterschied zwischen isentropen und isothermen Spaltbarrieren. (Abschn.8.2) ; F5b Temp.Verhalten der Tropfen-Def.-Energien.
- F6d,e Strutinski-Renormierung der Entropie: Sowohl die numerisch berechnete, verschmierte Entropie als auch die Tropfenentropie nach Abschn.5.3 sind linear in der Temperatur.
- F6e Berechnung der isentropen inneren Deformationsenergie aus der isothermen inneren.
- F7a Mögliche Reaktionskanäle beim harten Schwerionen-Stoß (Abschn. 6.3),(aus Le76)
- F7b Berechnete und gemessene Wirkungsquerschnitte (F1F174),(Abschn. 6.3)
- F8ff Minimalwege im effektiven Spaltpotential (Spalt-Täler): Sie sind aufgetragen gegen die Kern-Elongation und mit dem Drehimpuls als Parameter.(Abschn.8.4,8.5) (In den Figurenbeschriftungen sind die zugehörigen Höhenlinienbilder, soweit sie in die Arbeit aufgenommen wurden, angegeben.)
- 278X
 110X F8a: $T=0\text{MeV}$
 F8b: isentrop, $T(\text{sphär.})=1,0\text{MeV}$
 F8c: " , $T(\text{sphär.})=2,0\text{MeV}$
 F8d: isotherm, $T=1,0\text{MeV}$
 F8e: " , $T=2,0\text{MeV}$
- 292X
 118X F10a: $T=0\text{MeV}$
 F10b: isentrop, $T(\text{sphär.})=1,0\text{MeV}$
 F10c: " , $T(\text{sphär.})=2,0\text{MeV}$ --(steht nach F11)
 F10d: isotherm, $T=1,0\text{MeV}$
 F10e: " , $T=2,0\text{MeV}$
- 270X
 110X F14: $T=0\text{MeV}$ -- (die Barrieren für die angeregten Spaltprozesse sind in Tab.5a,5b angegeben)
- 298X
 114X F15: $T=0\text{MeV}$
- 322X
 128X F16: $T=0\text{MeV}$
- In diesen Figuren wurde, soweit wie nötig ($T=0\text{MeV}$), das Zusammenbrechen der Paarung mit wachsendem Drehimpuls in Betracht gezogen. (Abschn.4.3, H17-H20)

F9ff Spaltbarrieren als Funktion des Drehimpulses:
In diesen Figuren sowie in Abschnitt 8.3 treten die Begriffe "innere, äußere Barriere" sowie "1. und 2. Minimum" und "Nebenminimum" auf, für die wir hier eine Sprechweise festlegen, um Mißverständnisse zu vermeiden.

Fall $J=0$ Das "1. Minimum" (d.h. bei $T=0\text{MeV}$ der Grundzustand) liegt bei der Deformation, die das tiefste lokale Potentialminimum aufweist. Weniger tief liegenden lokalen Minima bei kleineren Elongationswerten messen wir keine physikalische Bedeutung bei, weil sie meist eine sehr kleine Barriere zum Hauptminimum hin aufweisen. Zudem ist es relativ unwahrscheinlich, daß ein Compoundkern, in seiner Entstehungsphase (von stark elongierten Gestalten kommend) über das 1. Minimum hinaus läuft und im flachen und hochgelegenen "Nebenminimum" sich zur Umkehr entschließt. Bei einem Teil der berechneten Systeme existiert ein sog. "2. Minimum", das mehr elongiert ist als das 1. Minimum. Dieses wurde für einen Kern schon experimentell verifiziert und zeigt sich auch in den Rechnungen dadurch als physikalisch, daß es meist eine größere Barriere zum 1. Min. hin hat als gegen Spaltung. Als "innere Barriere" bezeichnen wir die Barriere, die das System vom 1. Min. zur Spaltung zu überwinden bzw. zu durchtunneln hat. Dies ist nicht unbedingt die Energiedifferenz zwischen "1. Sattel" und 1. Min. (wie z.B. bei Fig. 10a), sondern ev. auch die zwischen "2. Sattel" und 1. Min. (wie z.B. in Fig. 8a).

Fall $J>0$ Beim Übergang von $J=0$ zu $J>0$ steigt das eff. Potential bei der Deformation des 1. Min. schneller als bei der des 2. Min., welches dann energetisch tiefer zu liegen kommt. Die innere Barriere bleibt jedoch im allgemeinen höher als die äußere, zudem verschwindet die äußere Barriere schneller mit J als die innere. (Vgl. F 11.)

278_X F9: $T=0\text{MeV}$
110_X isentrop, $T(\text{sphär.})=1,0\text{MeV}$
" $T(\text{sphär.})=2,0\text{MeV}$
isotherm, $T=1,0\text{MeV}$

292_X F11: $T=0\text{MeV}$
118_X isentrop, $T(\text{sphär.})=1,0\text{MeV}$
isotherm, $T=1,0\text{MeV}$

270_X F12: $T=0\text{MeV}$

298_X F13: $T=0\text{MeV}$

114_X

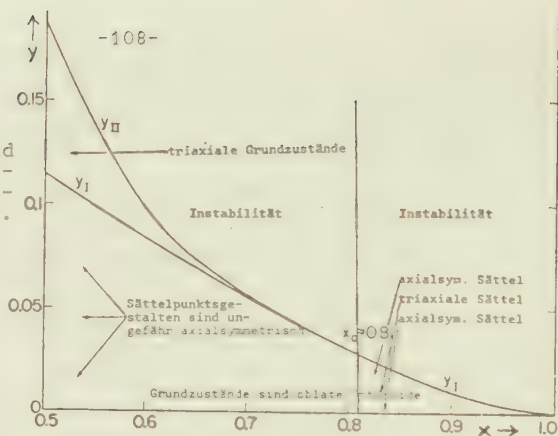
F17 Ergebnisse für das System ²⁹²₁₁₈X bei den Autoren An76 und MuKu75.

F18 Unsere Rekonstruktion der Ergebnisse in F17b (MuKu75), die unserer Meinung nach unrealistisch sind. Die Rekonstruktion gelang durch Festhalten der Gap-Parameter $\Delta_{\text{Neutr.}}, \text{Prot.}(J) = \Delta_{\text{N.}}, \text{P.}(J=0)$ und eine Beschränkung auf prolate Gestalten mit $s \geq 0$.

F19 (Aus An76) Diese Figur demonstriert, daß die Abhängigkeit der Einteilchenniveaus von der Deformation viel stärker ist als von der Rotation (nichtadiabatisches Cranking).

Figur 1:

Kritische Drehimpulse und Konfigurationen von Minimum und Sattel für rotierende Tropfen nach CPS72.



Zu Figur 1:

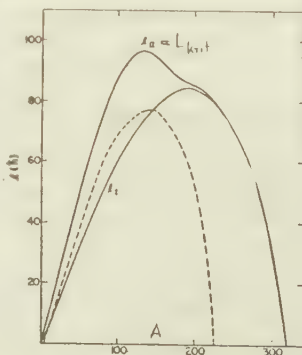
Bei $y=0$ sind die Tropfen-Grundzustände immer sphärisch, mit wachsenden y werden sie zu axialsymmetrischen, oblaten Späroiden bzw. eingeschnürten Sphäroiden, die um die Symmetrieachse rotieren. Ab dem Wert $y_1(x)$ tritt ein qualitativer Wechsel ein. Für $x < 0.81$ - z.B. ist $x(^{244}_{96}\text{Cm}) = 0.81$ - entstehen triaxiale Ellipsoide, die um die kürzeste Achse rotieren. Sie schnüren sich immer mehr ein und spalten bei $y_2(x)$. Kerne mit $x > 0.81$ sind ab $y_1(x)$ instabil.

Die Sattelpunktsgestalten im uns interessierenden Bereich $x > 0.81$ sind für kleine y -Werte axialsymmetrische Zylinder mit abgerundeten Ecken, die senkrecht zur Symmetrieachse rotieren. Die Symmetrie geht mit wachsendem y verloren, tritt aber nahe bei y_1 wieder auf, wo Grundzustand und Sattel ineinander übergehen. Die Sättel drehen sich dann um die Symmetrieachse. Die Spaltung erfolgt für alle Kerne in zwei gleichgroße Teile ('symmetrisch').

Figur 2:

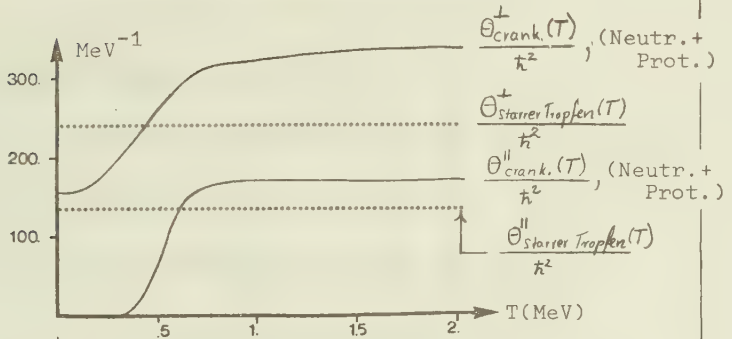
Kritische Drehimpulse $L_{\text{krit}}(\hbar)$ für β -stabile Tropfen mit

$$N-Z = \frac{0.4 \cdot A^2}{200 + A}$$

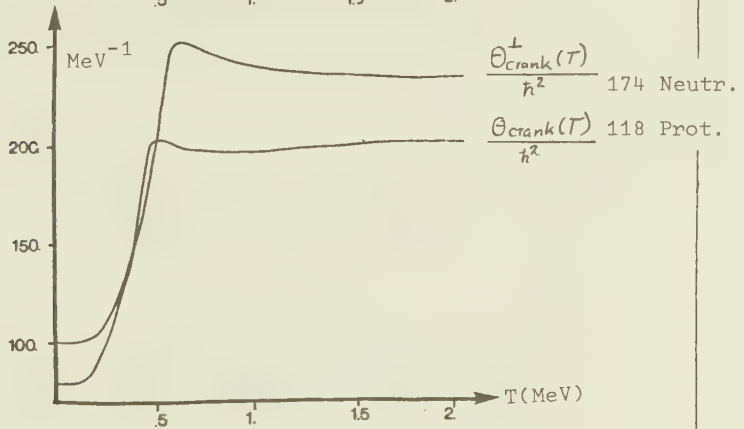


Figur 3: Compoundkern $^{292}_{118}\text{X}$

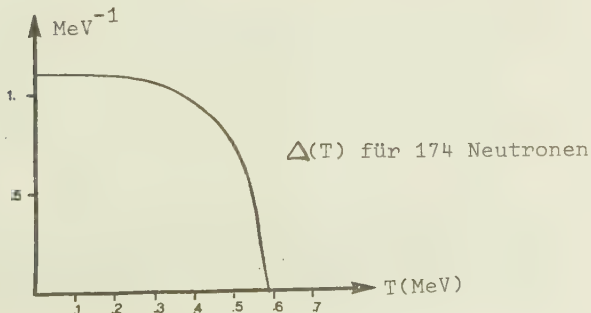
3a:
Deformation:
 $s=0,6; c=0,6$



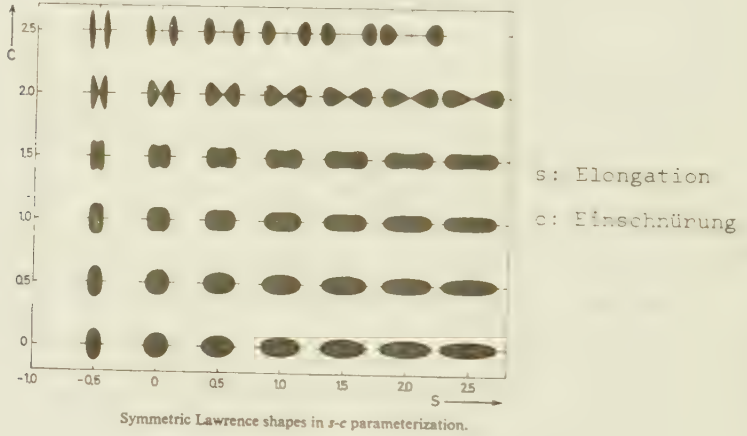
3b:
Deformation:
 $s=0,8; c=0,5$



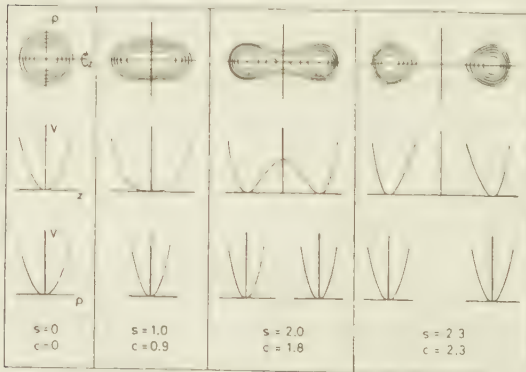
3c:
Deformation:
 $s=0,8; c=0,5$



Figur 4a: Symmetrische Lawrence-Hasse-Konturen für den Tropfen

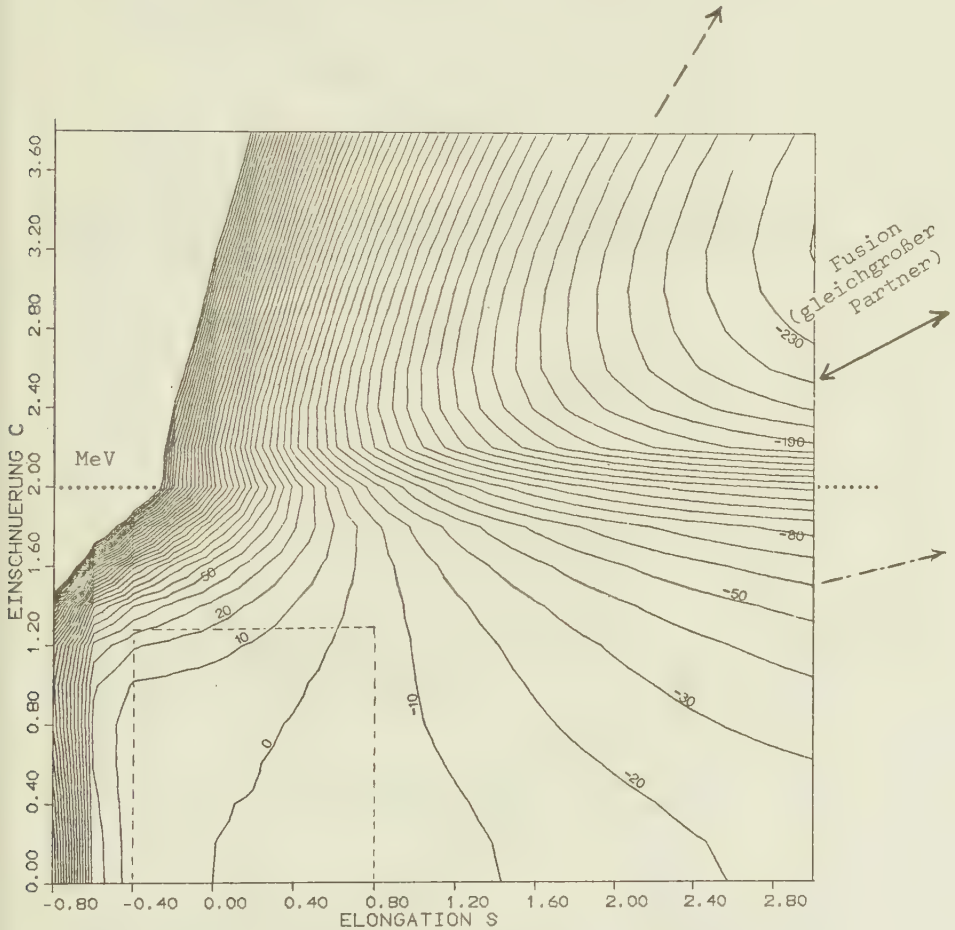


Figur 4b: An die Tropfen-Parametrisierung angepasstes, symmetrisches Einteilchenpotential (Albrecht)



Symmetric single-particle potential at four typical deformations along the LDM valley. Top row: The outermost equipotential is the nuclear surface $V = V_0$. Inner equipotentials have 20, 40, 60 and 80% of V_0 . Middle row: Potential along the symmetry axis. Bottom row: Potential along the major perpendicular axis located at $\pm z_m$ (cf. fig. 1).

Figur 5a: Höhenlinienbild zu den Deformations-
energien des Tropfens mit $A=292, Z=118$



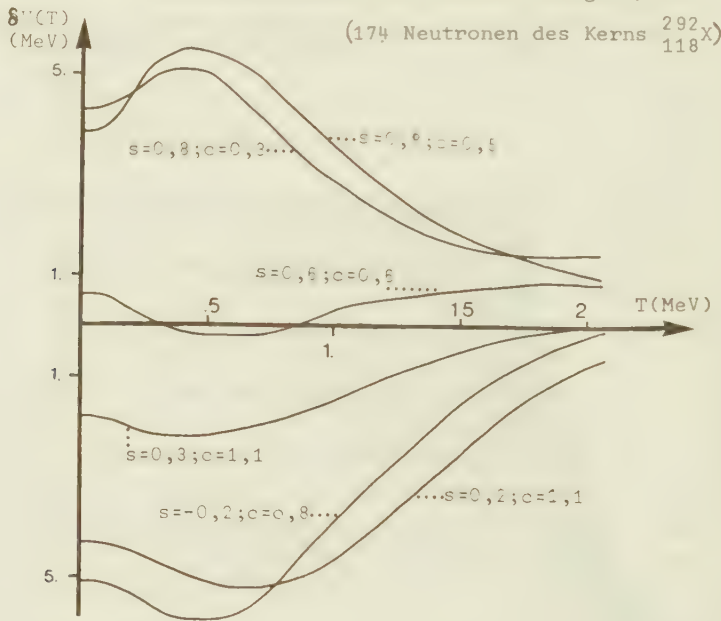
- Asymptotische Linie für zwei sphärische Fragmente
- Asympt.Linie für zwei prolata sphäroidale Fragmente mit Achsenverhältnis 2:1
- - - - -→ Asympt.Linie für zwei oblate sphäroidale Fragmente mit Achsenverhältnis 1:2.

Für $A \geq 270$ liegen bei einer quantenmechanischen Rechnung alle Spaltbarrieren in diesem Deformationsgebiet.

..... Zerreiß-Linie bei $c=2,0$

Schalenkorrektur der inneren Energie $\delta U(T)$

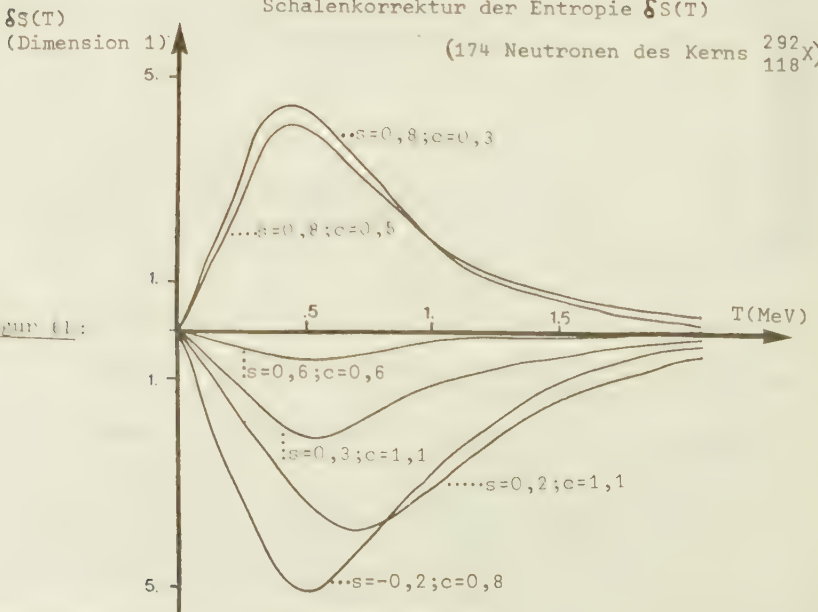
(174 Neutronen des Kerns $^{292}_{118}\text{X}$)



Figur 6a:

Schalenkorrektur der Entropie $\delta S(T)$

(174 Neutronen des Kerns $^{292}_{118}\text{X}$)



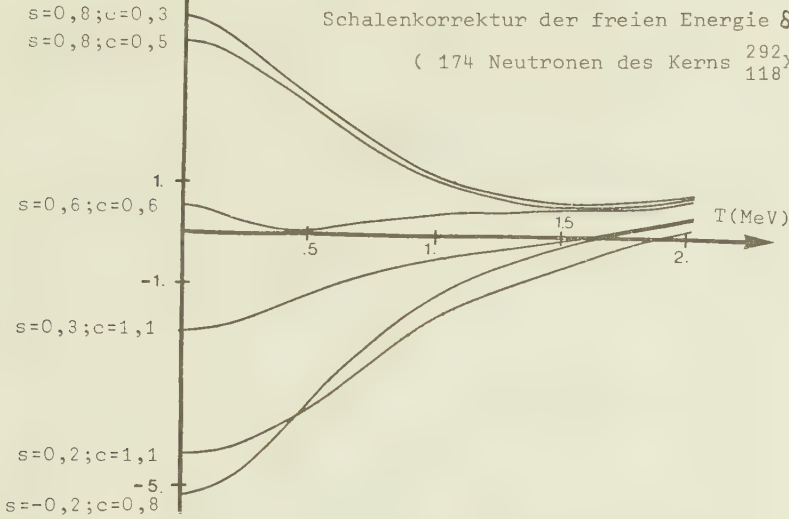
Figur 6b:

$F(T)$
(MeV)

Figur 6c:

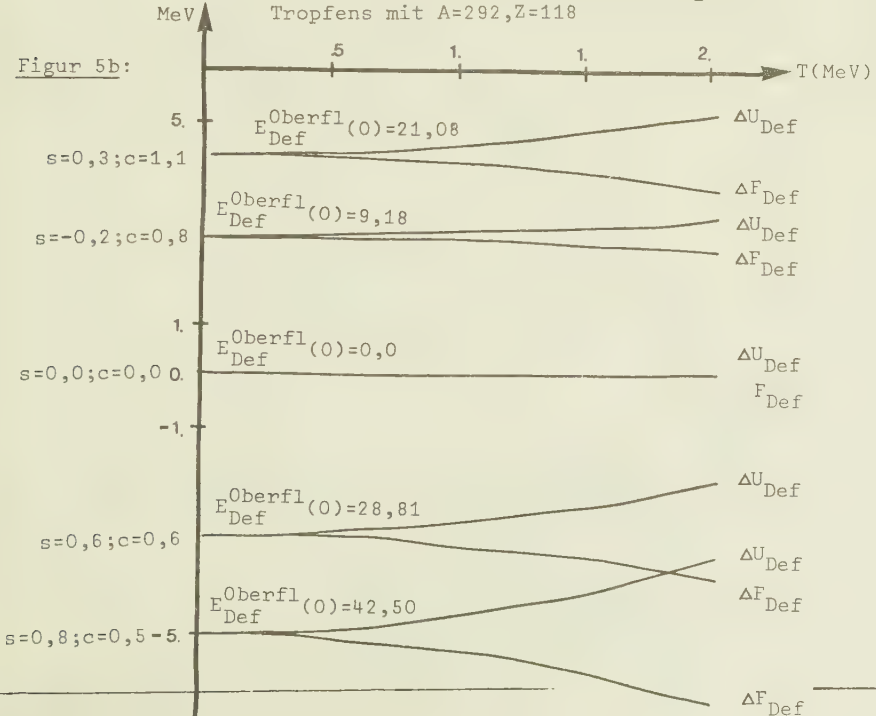
Schalenkorrektur der freien Energie $\delta F(T)$

(174 Neutronen des Kerns $^{292}_{118}\text{X}$)



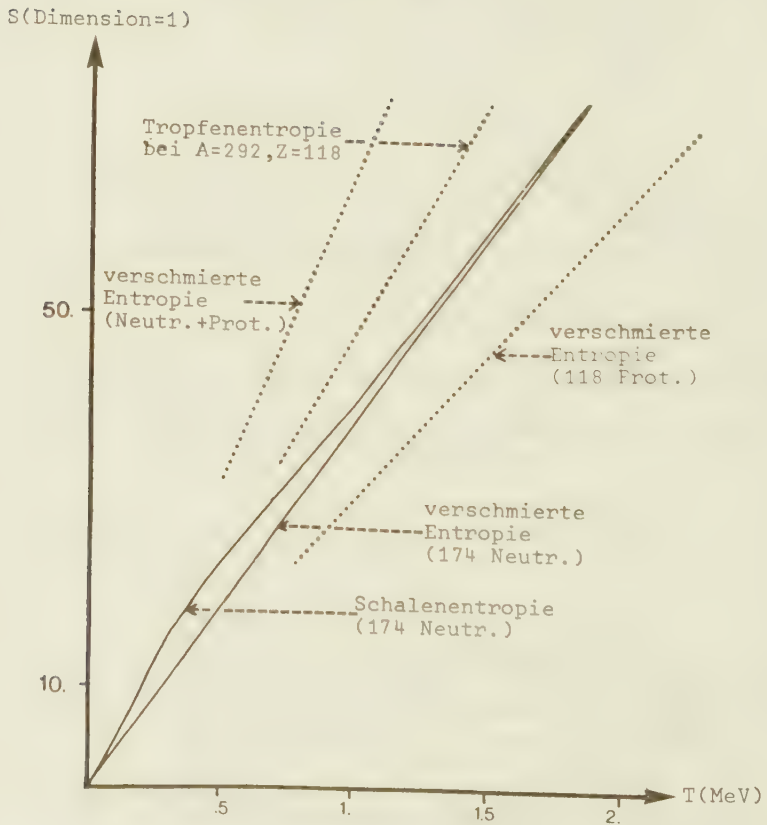
Freie und innere Deformationsenergie des
Tropfens mit $A=292, Z=118$

Figur 5b:



Figur 6d: System $^{292}_{118}\text{X}$, Deformation $s=0,8; c=0,5$

Die einzelnen Summanden, die in eine nach Strutinski renormierte Entropie eingehen.

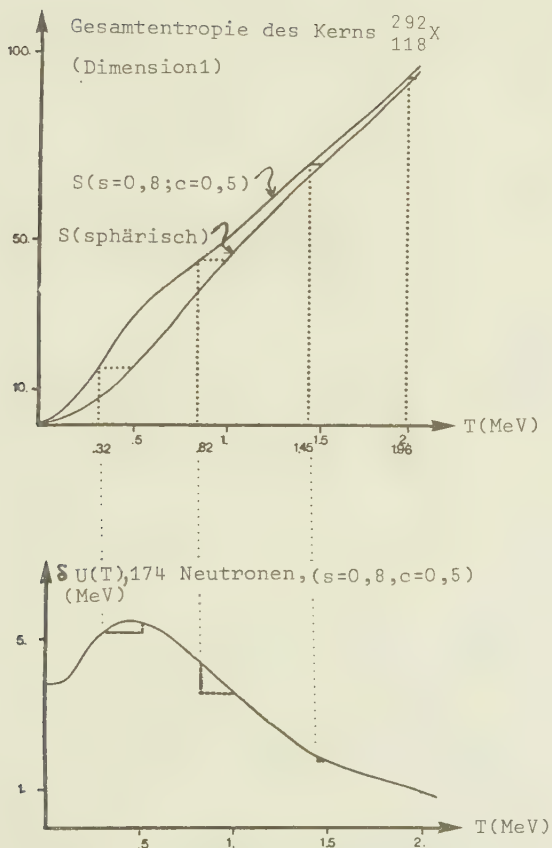


Figur 6e:

Zum isentropen Spaltprozeß

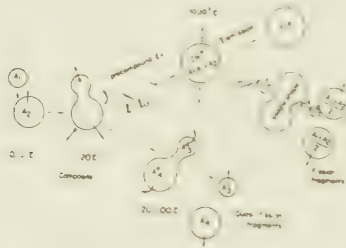
Bestimmung der Temperatur bei einer vorgegebenen Deformation aus der Beziehung

$$S(\text{Defo.}, T) = S_0 = \text{const}(\text{Defo.})$$



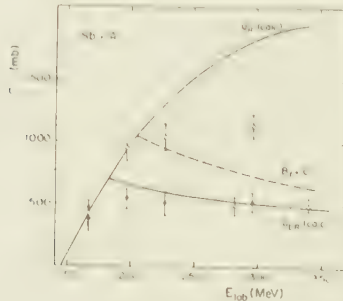
Zur Bestimmung der isentropen inneren Energie aus der isothermen inneren Energie wird die Schalenkorrektur der inneren Energie interpoliert.

Figur 7a: Schematische Beschreibung der Prozesse beim harten Schwerionenstoß (mit Zeitskala) (Le76)



Schematic description of different processes occurring for "hard" collisions passing through a composite system. The time scale is $\tau = 10^{-22}$ sec.

Figur 7b: Experimentelle und von Blann und Plasil (z.B. PlB174) berechnete Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\text{Evaporation residue}}$



Cross sections for evaporation residues in the reaction $(^{40}\text{Ar}+^{90}\text{Nb})$. Dark points: experimental results [45]. Open circles: $\sigma_{\text{CF}} = \sigma_{\text{ER}} + \sigma_{\text{fiss}}$. σ_{ER} calculated has been obtained with the ALICE code. The dashed curve with $B_f = 0$ is the calculated σ_{CF} using the rotating liquid drop fission barrier as a limit for $\ell_{\text{CR}}^{\text{h}}$.

Figuren 8

Auftragung von effektivem
Spaltpotential gegen die
Elongation bei gegeb. J

eff. Potential (MeV)

System $^{278}_{110}\text{X}$

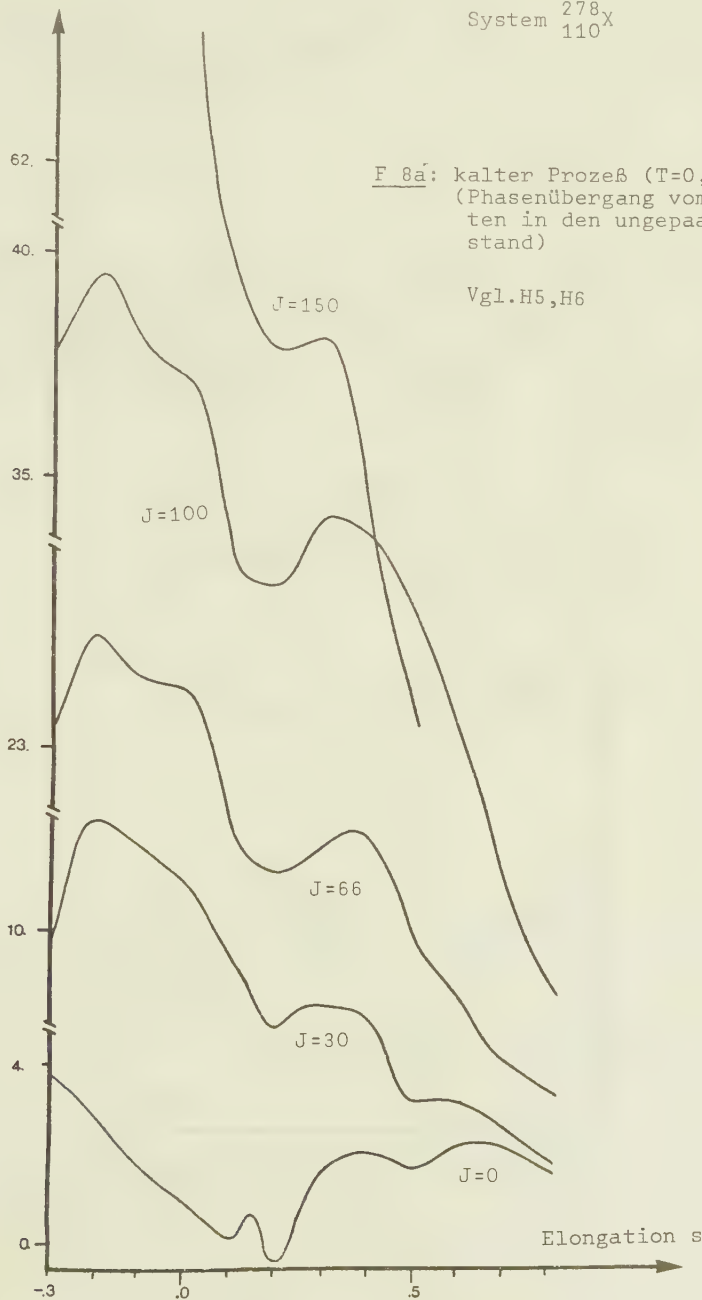
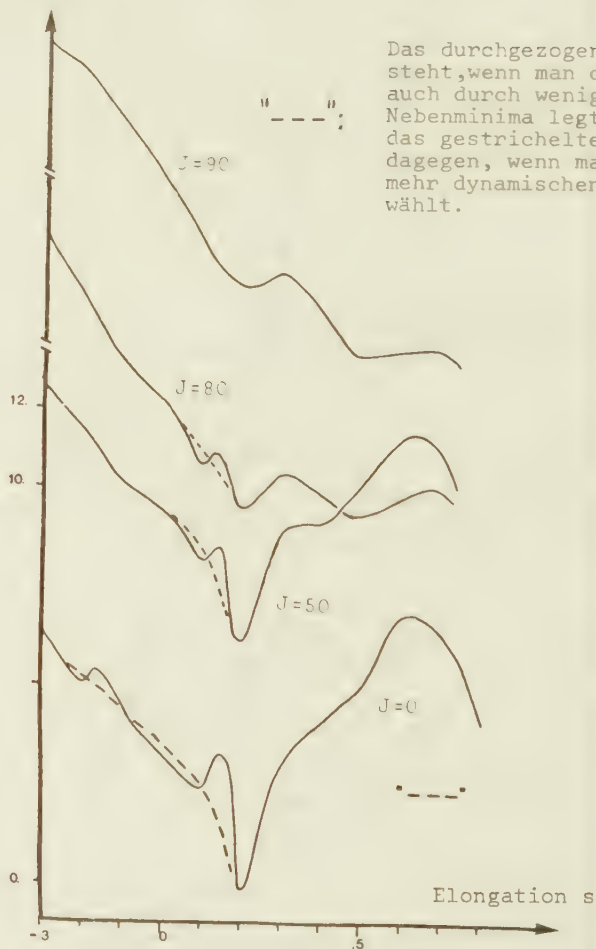
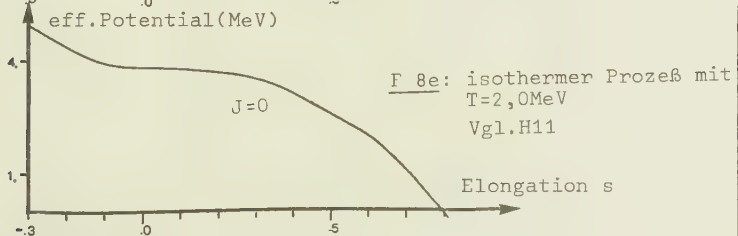
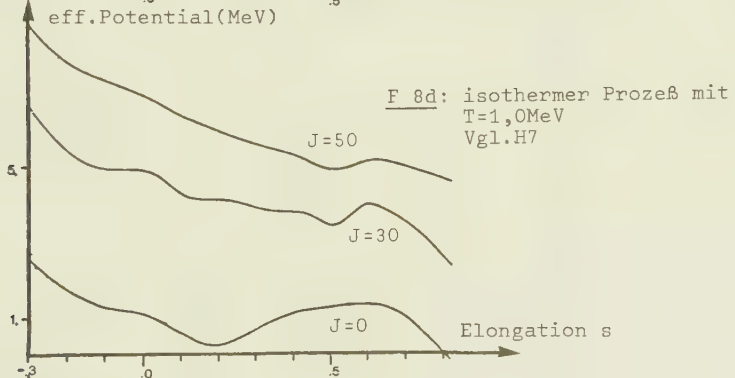
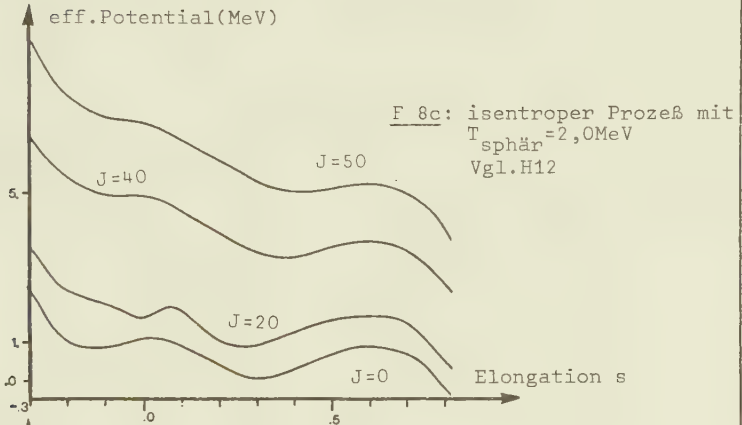


Fig. 1: Isentroper Prozess mit
 $E_{\text{kin}} = 10 \text{ MeV}$
 $V_{\text{rel.}} = 0.99, 0.91, 0.81, 0.71$

eff. Potential (MeV)



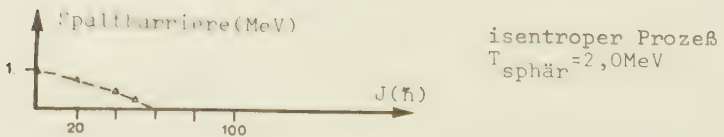
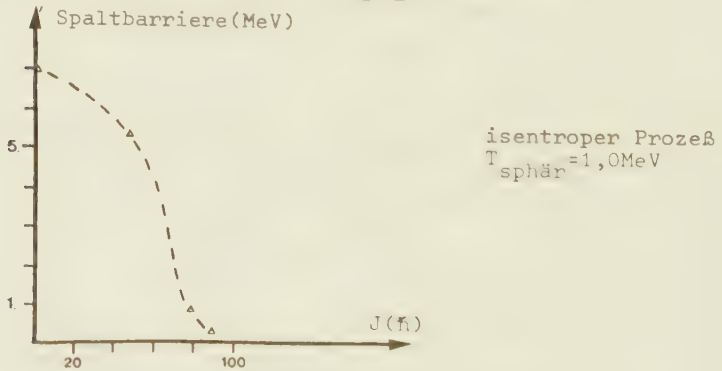
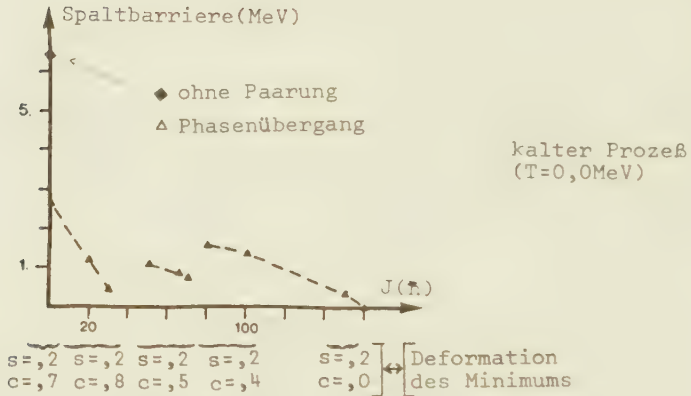
Das durchgezogene Potential entsteht, wenn man den Minimalweg auch durch weniger elongierte Nebenminima legt, das gestrichelte eff. Potential dagegen, wenn man einen etwas mehr dynamischen Weg daran vorbei wählt.



Figur 9: Auftragung der Spaltbarrieren als Funktion von J

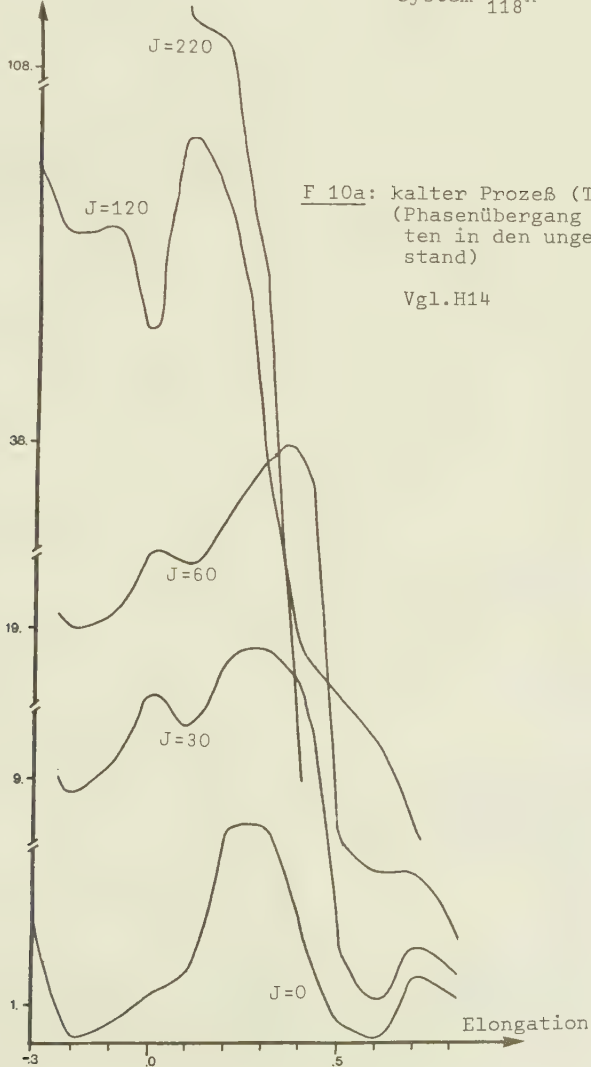
System $^{278}_{110}\text{X}$

Vgl. H5, H6, H7, H11, H12, H21, H22, H23



Figuren 10: Auftragung von effektivem
Spaltpotential gegen die
Elongation bei gegeb. J
System $^{292}_{118}\text{X}$

eff.Potential(MeV)

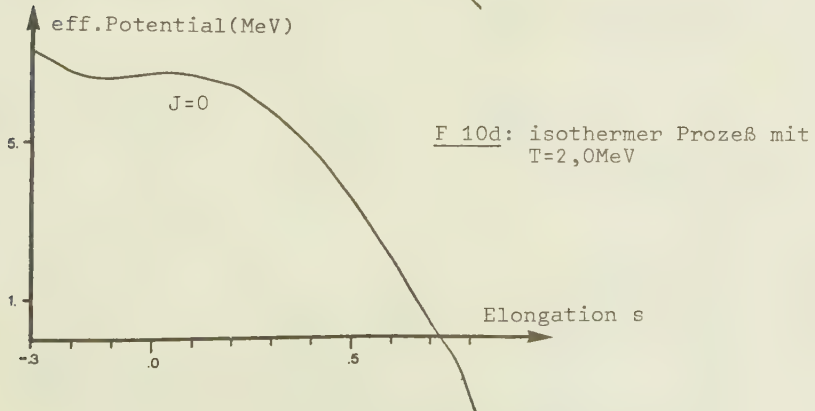
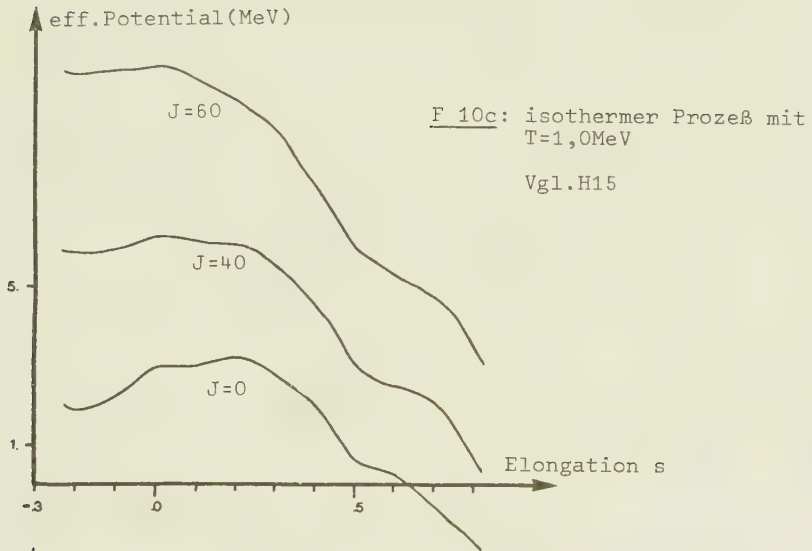


F 10a: kalter Prozeß ($T=0,0\text{MeV}$)
(Phasenübergang vom gepaarten
in den ungepaarten Zu-
stand)

Vgl.H14

eff. Potential (MeV)

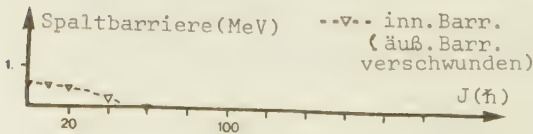
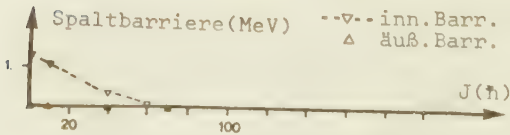
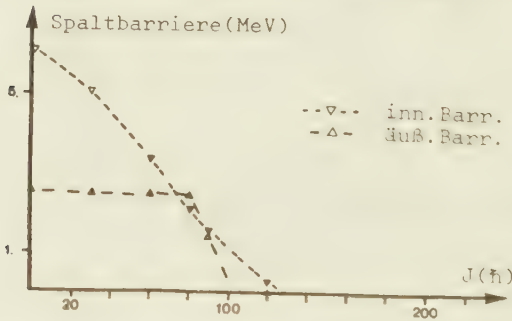
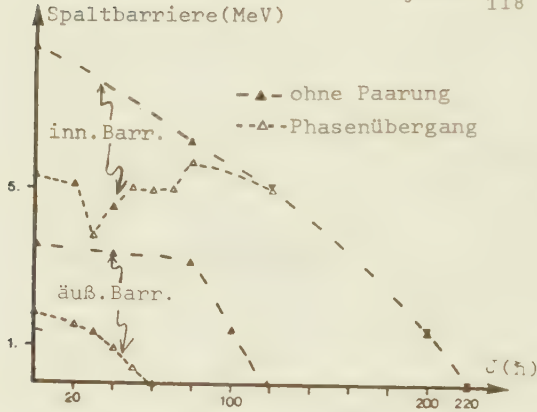


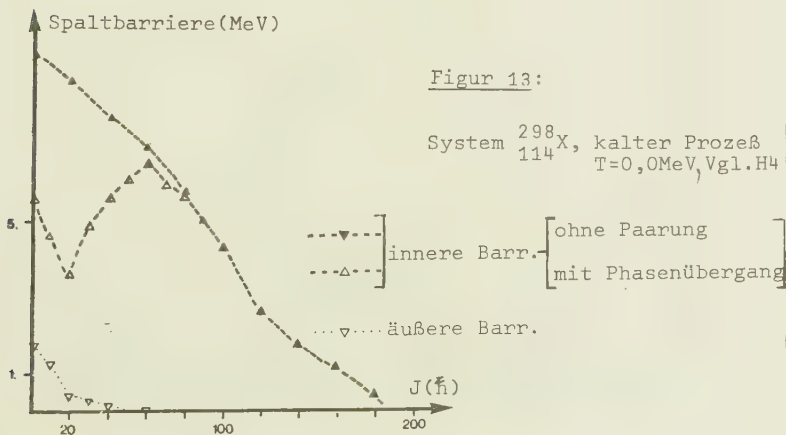
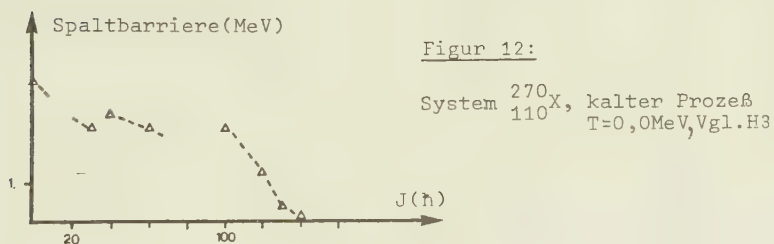
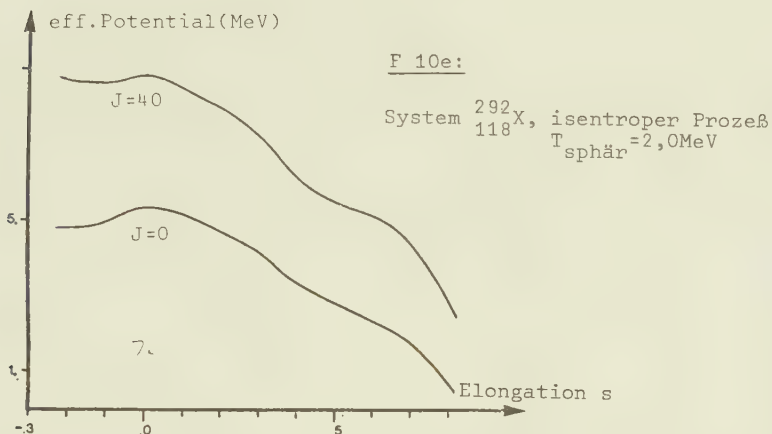


Figur 11: Auftragung der Spaltbarrieren
als Funktion von J

Vgl. H14, H15, H16,

System $^{292}_{118}\text{X}$





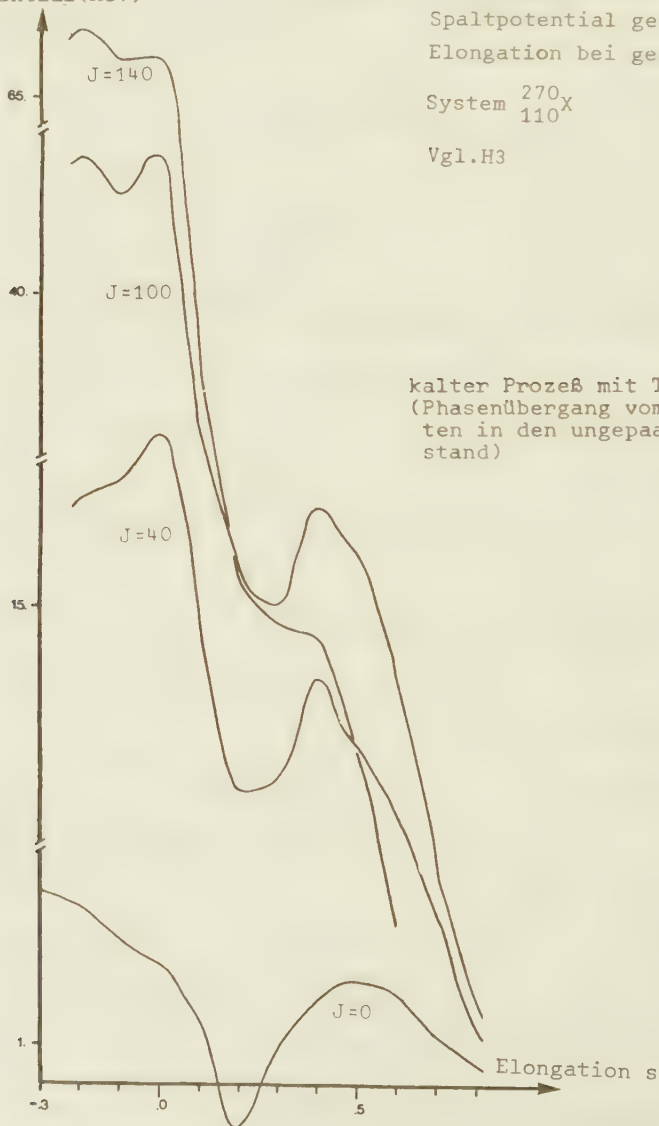
eff.Potential (MeV)

Figur 14: Auftragung von effektivem
Spaltpotential gegen die
Elongation bei gegeb. J

System ^{270}X
 ^{110}X

Vgl.H3

kalter Prozeß mit $T=0,0\text{MeV}$
(Phasenübergang vom gepaar-
ten in den ungepaarten Zu-
stand)

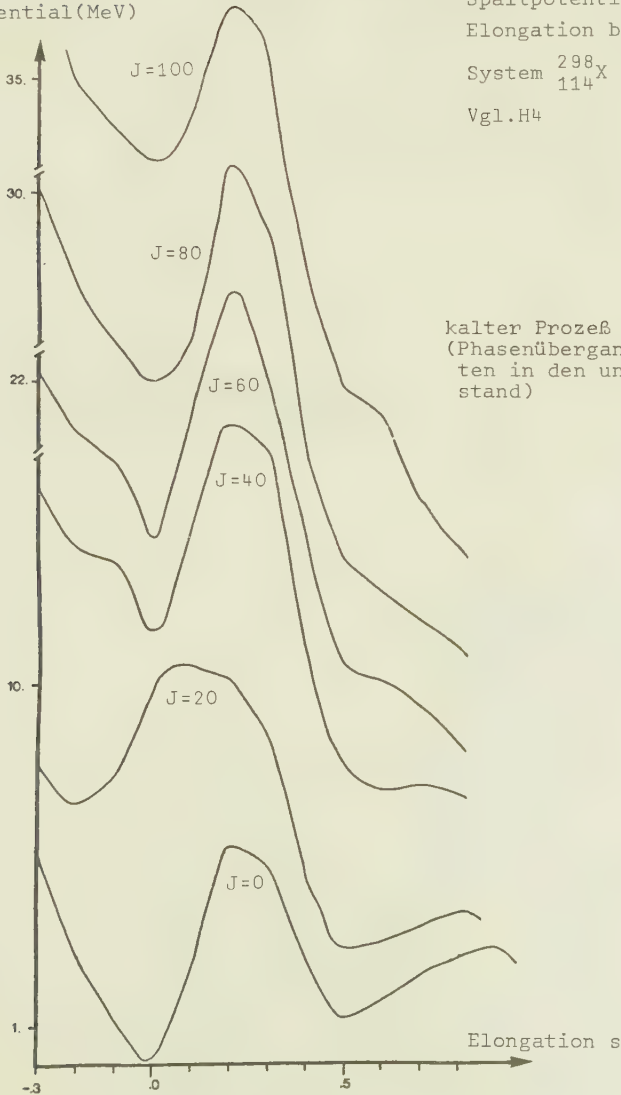


Figur 15: Auftragung von effektivem
Spaltpotential gegen die
Elongation bei gegeb. J

System $^{298}_{114}\text{X}$
Vgl. H4

kalter Prozeß mit $T=0,0\text{MeV}$
(Phasenübergang vom gepaarten
in den ungepaarten Zustand)

eff.Potential (MeV)



Figur 16: Auftragung von effektivem
Spaltpotential gegen die
Elongation bei gegeb. J

System $^{322}_{128}\text{X}$

Vgl. H13

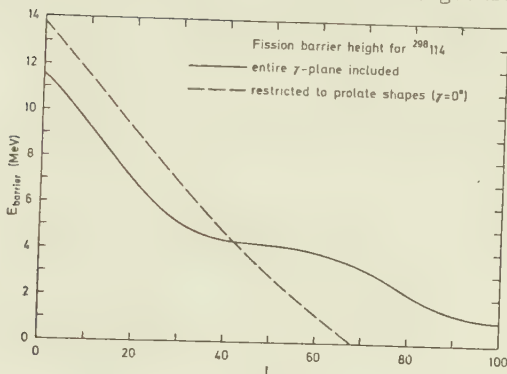
eff. Potential (MeV)



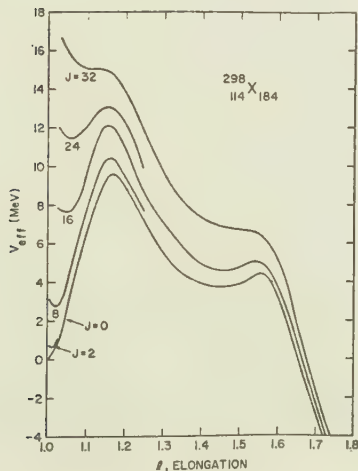
kalter Prozeß mit $T=0,0\text{MeV}$
(Phasenübergang vom gepaar-
ten in den ungepaarten Zu-
stand)

Figur 17: Vergleich unsere Ergebnisse
für die Spaltbarrieren des
Systems $^{298}_{114}\text{X}$ mit den Arbei-
ten An76 und MuKu75

F 17a: Resultat bei An76
 $T=0,0\text{MeV}$, nichtadiabatische
Rotation eines triaxialen
harmonischen Oszillatorpo-
tentials (Vgl. Abschnitt 8.5)



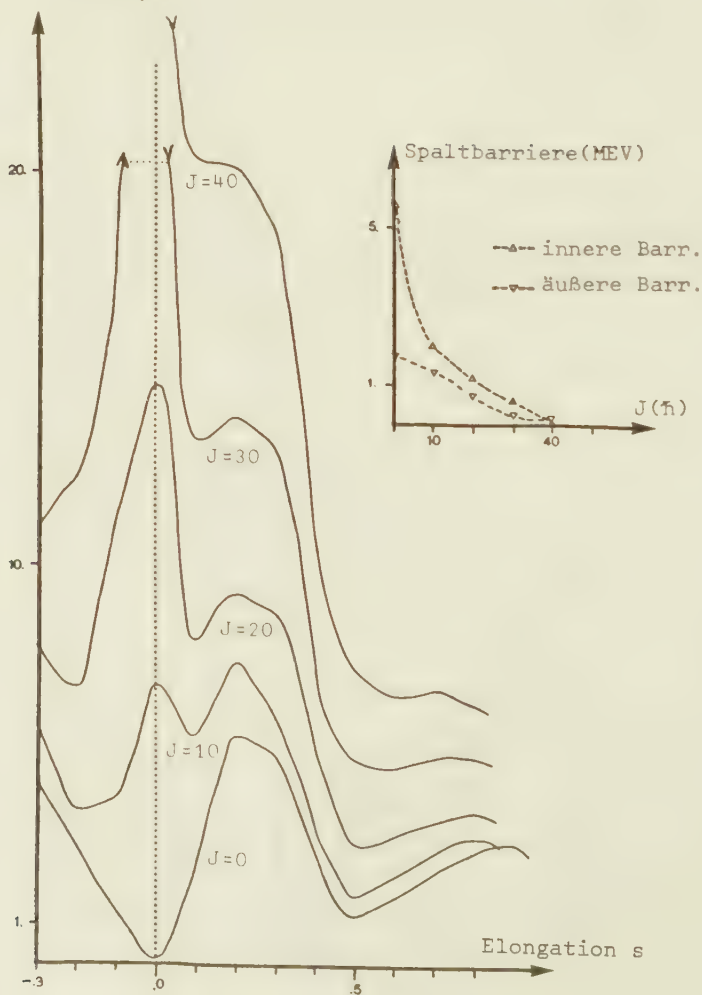
F 17b: Resultat bei MuKu75
 $T=0,0\text{MeV}$, adiabatische Rotation
(Vgl. Abschnitt 8.5)

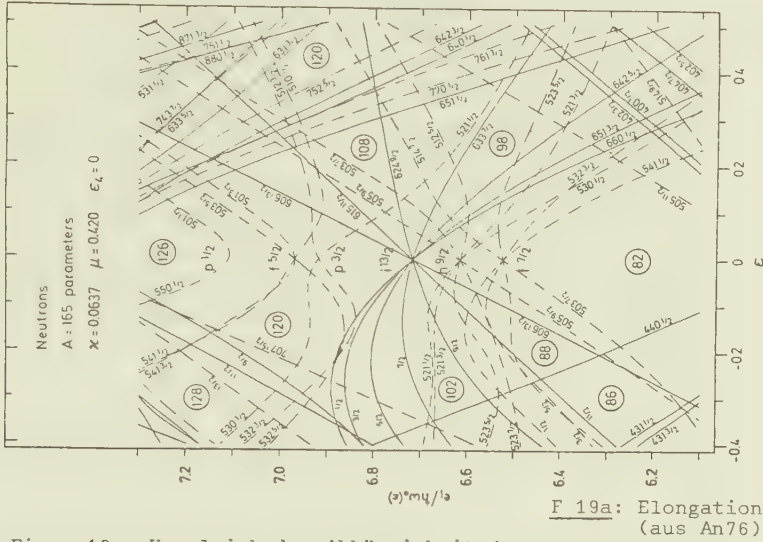


Figur 18: Rekonstruktion der Ergebnisse von MuKu75 (Fig.17b):

- 1; Beschränkung auf prolate Gestalten($s_{\perp}, 0$) mit $c \leq 8$.
- 2; Bis mindestens $J=40$ wurde den Nukleonen kein Phasenübergang vom gepaarten in den ungepaarten Zustand erlaubt.

eff.Potential(MeV)





Figur 19: Vergleich der Abhängigkeit der Einteilchenniveaus von Elongation (19a) und von Rotation (19b). Der Vergleich zeigt, daß die Abhängigkeit in a stärker ist als in b. (Siehe Abschn. 8.6)

F 19b: Rotation (aus An76)

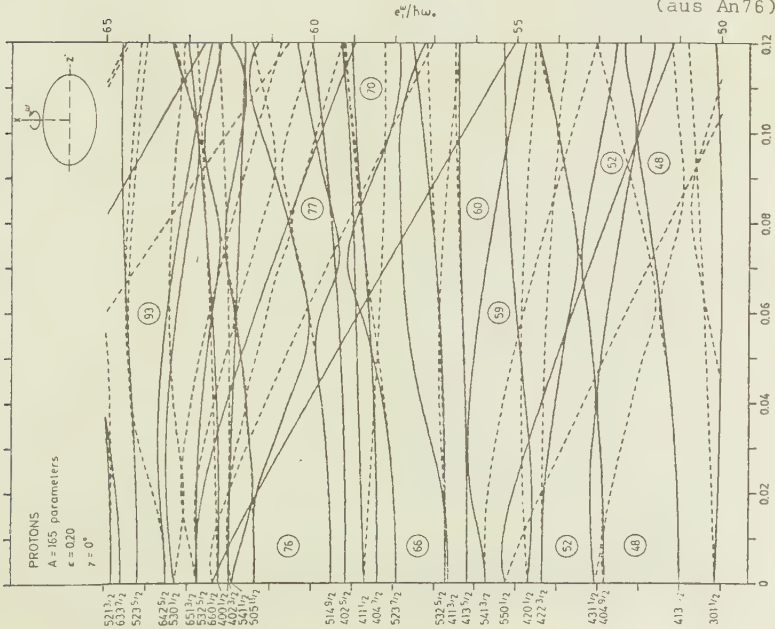


Fig. 9. Single-proton energies ϵ' in the rare-earth region for a pure prolate case $\epsilon = 0.20$, $\gamma = 0$. Note the level splitting into one dashed and one solid orbital denoting the eigenvalues $+1$ and -1 , respectively with respect to $\exp(i\pi J_z)$.

Fig. 23. Single-neutron diagram for neutron numbers between $N = 82$ and 126 . Note the strongly down-sloping orbitals (filled) for the $f = 0$ case for the oblate deformation $\epsilon = -0.3$. The breaking of the filled pairs of these orbitals and the subsequent promotion of nucleons into above-lying orbitals is the reason for the contraction with f in ϵ .

Übersicht über die Höhenlinienbilder

- H1,H2 In diesen Bildern sind die Temperaturen aufgetragen, die das System $^{278}_{110}\text{X}$ beim isentropen Spaltprozeß mit $T_{\text{sphär}} = 0,5\text{MeV}(1,0\text{MeV})$ annehmen kann. In H16, das zum gleichen Prozeß gehört wie H2, kann abgelesen werden, wie Minima und Maxima des effektiven Potentials (innere Energie) mit dem Temperaturverlauf in H2 zusammenhängen. Der entsprechende isotherme Prozeß ($T=1,0\text{MeV}$) findet sich in H15.
- H3,H4 zeigen Deformationsenergien bei $T=0\text{MeV}, J=0$ ($^{270}_{110}\text{X}, ^{298}_{110}\text{X}$). Das zweite Bild weist ein zweites Minimum auf, das erste nicht.
- H5,H6 Hier ist $E_{\text{Def}}(T=0\text{MeV}, J=0)$ einmal beim Vorhandensein von Paarung und zum andern auch ohne Paarung aufgetragen ($^{278}_{110}\text{X}$). Man sieht, daß ohne Paarung die Barrieren wesentlich höher sind.
- H7-H8, H9-H10, H11-H12 In diesen Bildern sind für das System $^{278}_{110}\text{X}$ jeweils entsprechende isentrope und isotherme Spaltpotentiale aufgezeichnet. ($T_{\text{sphär}}$ (bzw. T) = $1,0, 1,5, 2,0\text{MeV}$). Die Bilder demonstrieren, daß die isentropen Barrieren höher sind. (Vgl. Abschn. 8.5, Fig. 6.)
- H13,H14 zeigen das gleiche wie H3,H4,H5, aber für die Systeme $^{322}_{128}\text{X}$ und $^{118}_{118}\text{X}$. Ein Vergleich der genannten Bilder ermöglicht einen Einblick in die Teilchenzahl-Abhängigkeit.
- H15,H16 Diese wurden im Zusammenhang mit H2 schon genannt. Sie ermöglichen mit H2 einen Test der Beziehung 6.1.4.
- Ab H17 studieren wir den Einfluß der Rotation.
- H17,H18 Cranking-Trägheitsmomente für den gepaarten bzw ungepaarten Kern $^{278}_{110}\text{X}$. Sie vermitteln zusammen mit H5,H6 eine Vorstellung, wie der "Coriolis-Antipairing"-Effekt von der Deformation abhängt. In Bild
- H20 finden sich quantitative Ergebnisse dazu ($J=20$). Das gleiche Potential wie in H20 ist in
- H19 aufgetragen, aber unter der Annahme, daß die Paarung vom Drehimpuls nicht gebrochen wird. Schon für den mäßigen J-Wert von 20 stellt man eine sehr hohe "Cranking"-Barriere bei den Deformationen mit $s=0$ fest. (Vgl. Abschn. 8.5, Fig. 18 und MuKu75 (Fig. 17b.))
- H21,H22,H23 zeigen, wie das Spaltpotential H16 ($^{292}_{118}\text{X}$, isentrop, $T_{\text{sphär}}=1,0\text{MeV}$) mit wachsendem Drehimpuls glatter wird.
- H24-H27 Weitere Cranking-Trägheitsmomente für die anderen berechneten Compoundkonfigurationen.

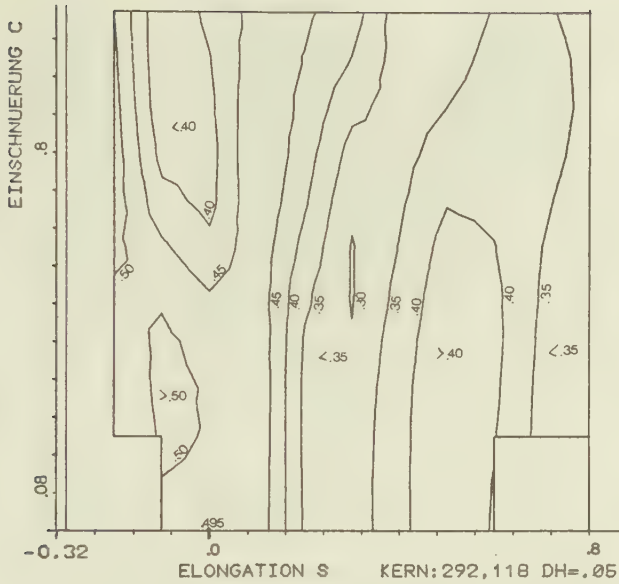


Bild H 1: Temperaturen beim isentropischen Prozeß, wobei die Temperatur für die spärliche Gestalt mit 0,5 MeV festgelegt ist.

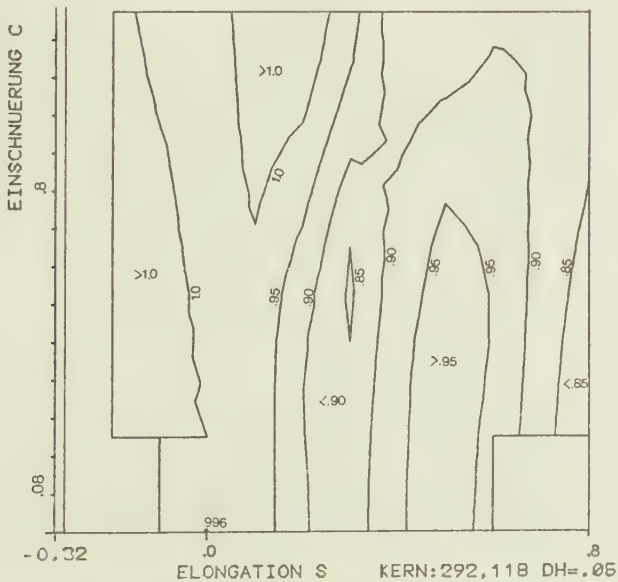


Bild H 2: Temperaturen in Abhängigkeit von der Deformation für denjenigen isentropen Prozeß, der durch $T_{\text{sphär}}=1,0\text{MeV}$ festgelegt ist.

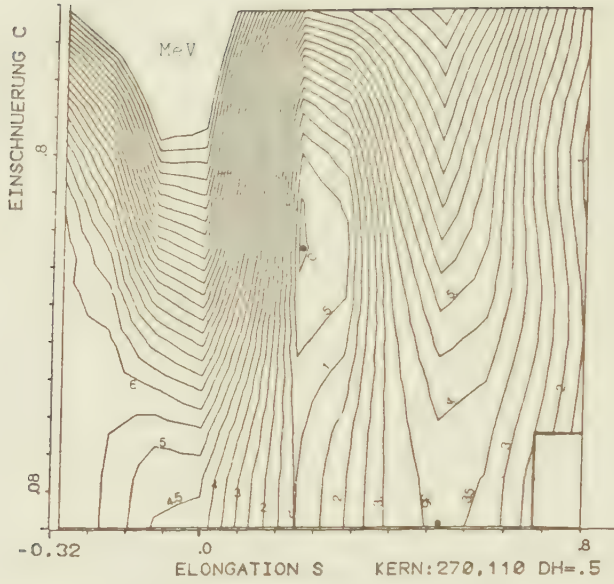


Bild H 3: Deformationsenergie des Systems $^{270}_{110}\text{X}$ bei $T=0, J=0$.

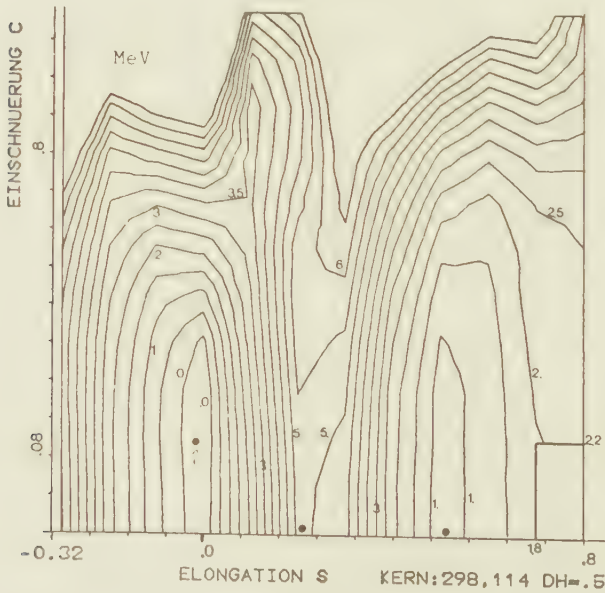


Bild H 4: Deformationsenergie des Systems $^{298}_{114}\text{X}$ bei $T=0, J=0$.

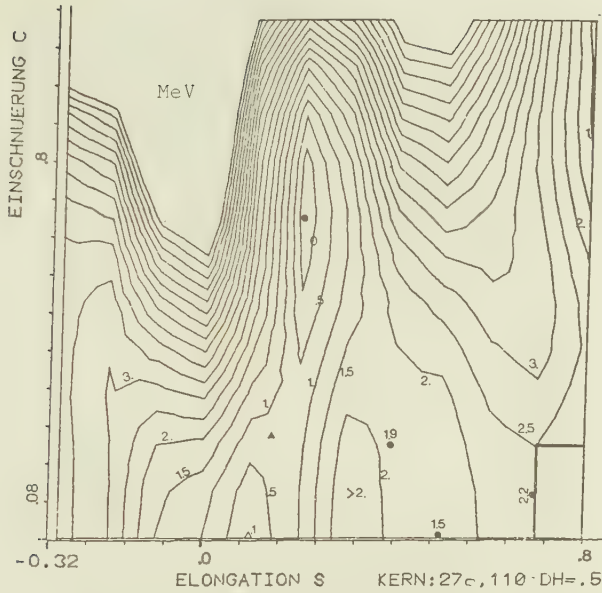


Bild H 5: Deformationsenergie des Systems $^{278}_{110}\text{X}$ bei $T=0, J=0$.

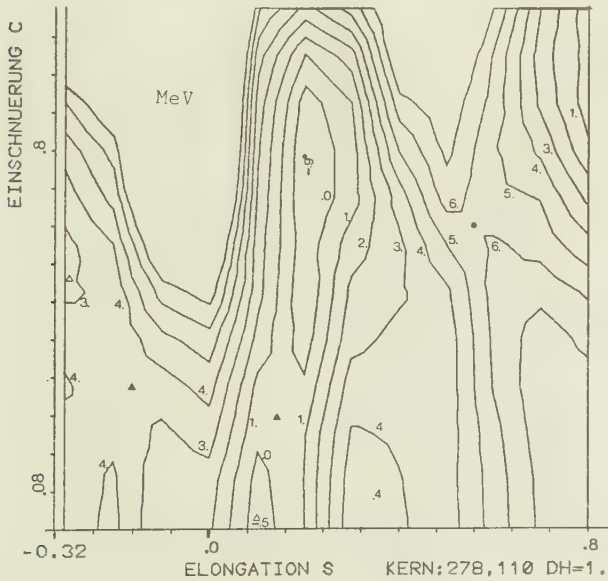


Bild H 6: Das gleiche System wie in H 5, nur wurde die Deformationsenergie ohne Paarung berechnet.

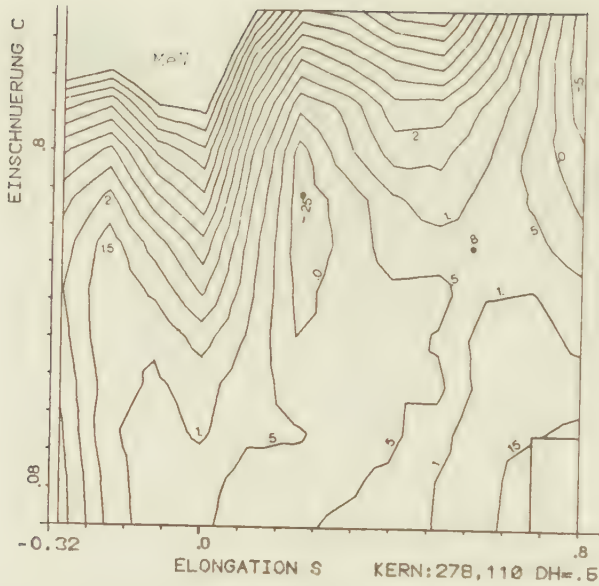


Bild H 7: Freie Deformationsenergie $F(T=1.0\text{MeV}, J=0)$
System $^{278}_{110}\text{X}$ (isothermer Prozeß).

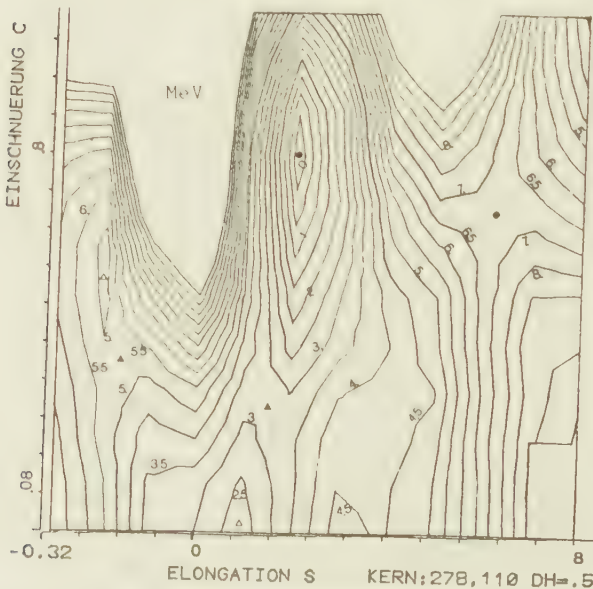


Bild H 8: Deformationsenergie $U(S)$ für denjenigen isentropen Prozeß, der durch $T_{\text{sphär.}} = 1\text{MeV}$ definiert ist.
 $^{278}_{110}\text{X}$

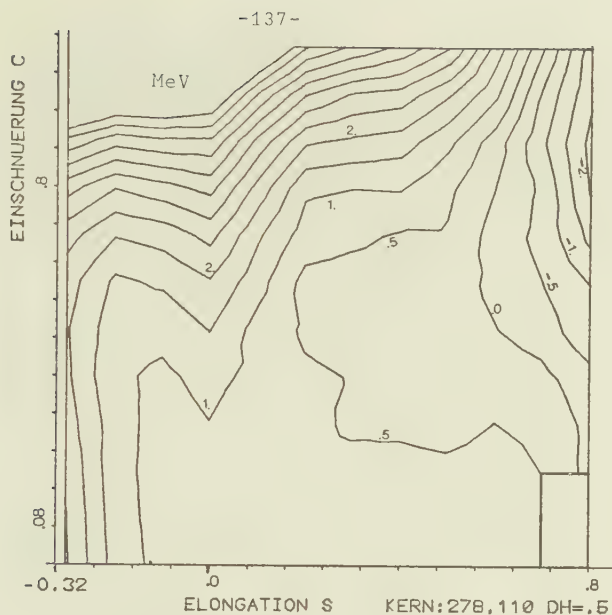


Bild H 9: Isotherme Deformationsenergie $F(T=1.5\text{MeV})$
 $^{278}_{110}\text{X}$

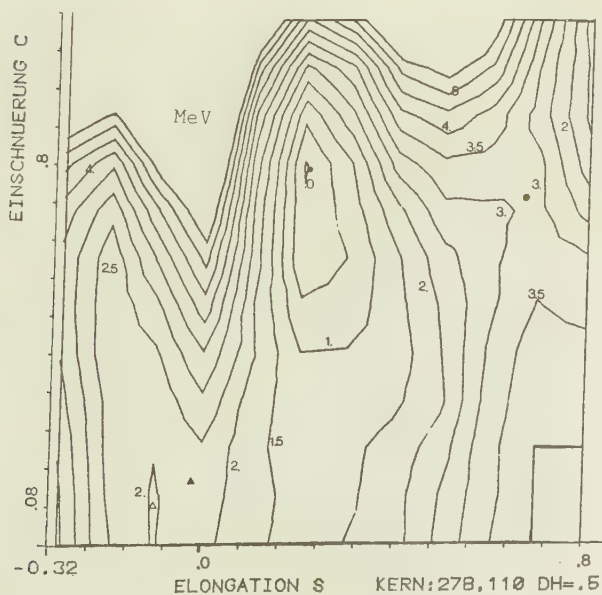


Bild H10: Isentrope Deformationsenergie $U(S)$ mit $T_{\text{sphär}}=1.5\text{MeV}$
 $^{278}_{110}\text{X}$

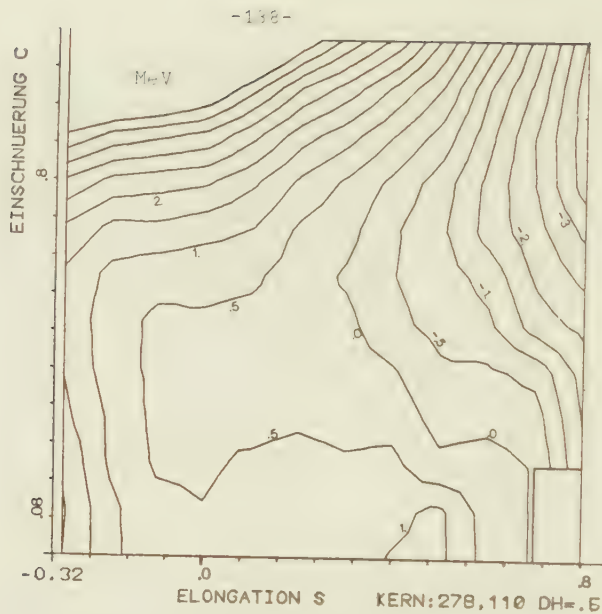


Bild H11: Isotherme Deformationsenergie $F(T=2.0\text{MeV})$
 278_X
 110

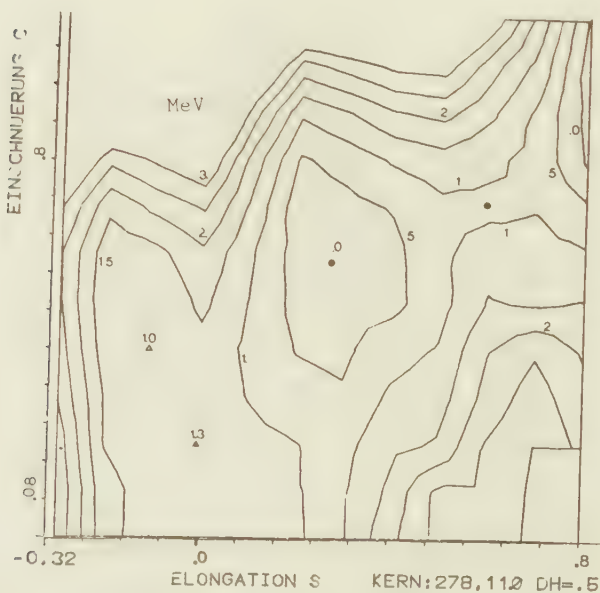


Bild H12: Isentrope Deformationsenergie $U(S)$ mit $T_{\text{sphär}}=2.0\text{MeV}$
 278_X
 110

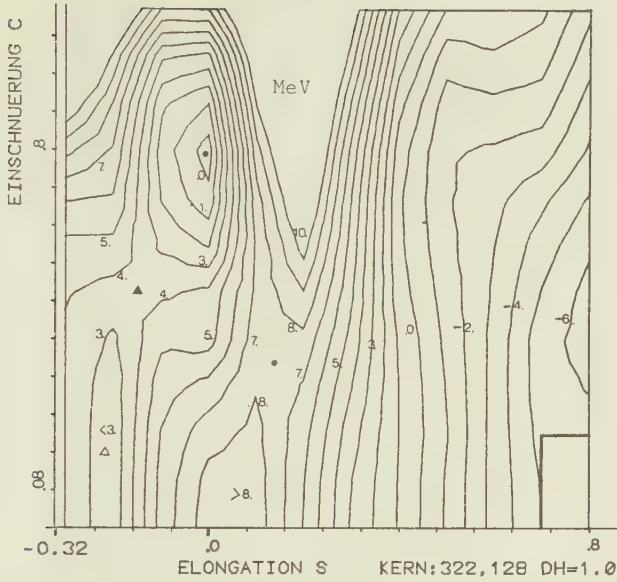


Bild H13: Deformationsenergie des Systems $^{322}_{128}\text{X}$ bei $T=0, J=0$.

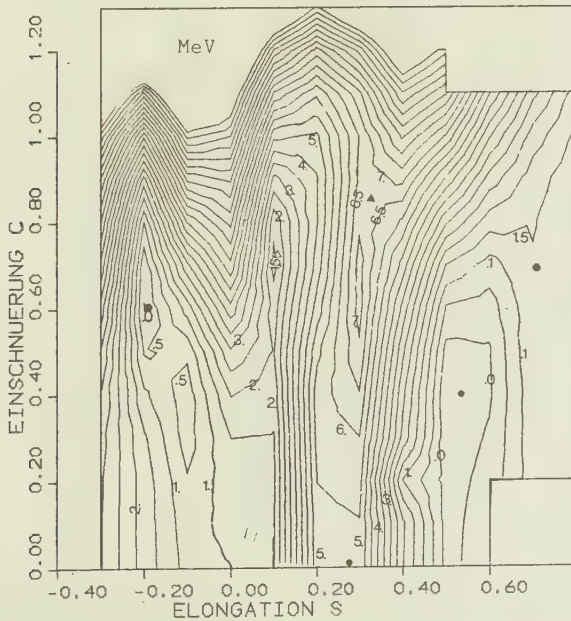


Bild H14: Deformationsenergie des Systems $^{292}_{118}\text{X}$ bei $T=0, J=0$.

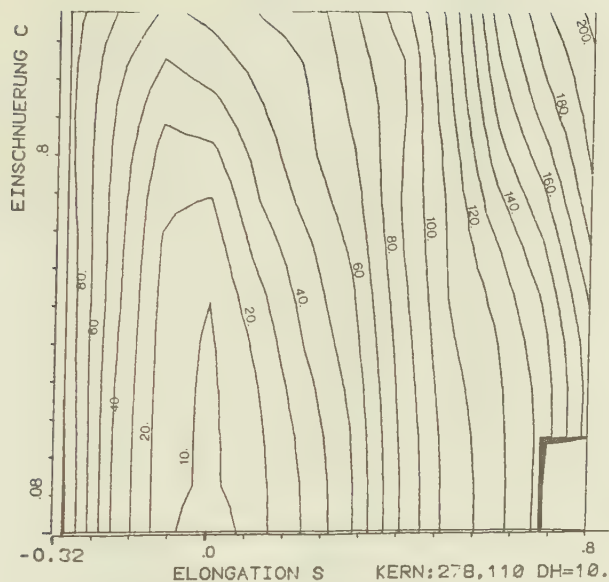


Bild H17: Cranking-Trägheitsmoment im gepaarten Zustand ($J=0$) bei $T=0$ MeV.

$${}_{110}^{278}\text{X}, \quad \frac{\Theta}{\hbar^2} \text{ in MeV}^{-1}$$

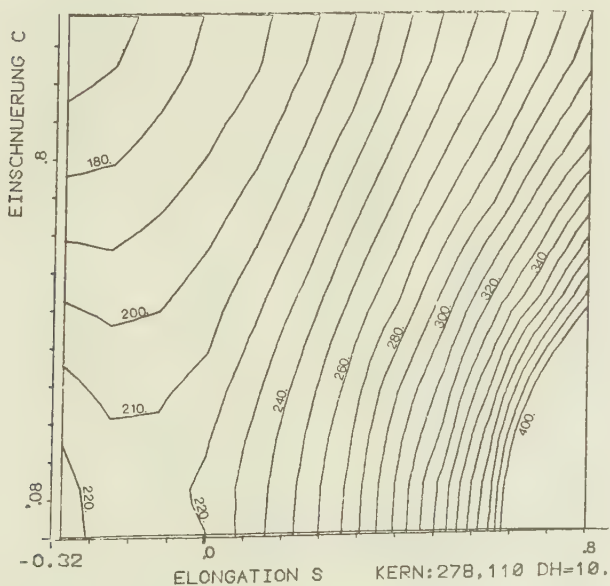


Bild H18: Cranking-Trägheitsmoment bei $T=2.0$ MeV, Dieses ist nach Kapitel 7 fast identisch mit dem Cranking-Wert, der bei $T=0$ MeV und ohne Paarung ermittelt wird.

$${}_{110}^{278}\text{X}, \quad \frac{\Theta}{\hbar^2} \text{ in MeV}^{-1}$$

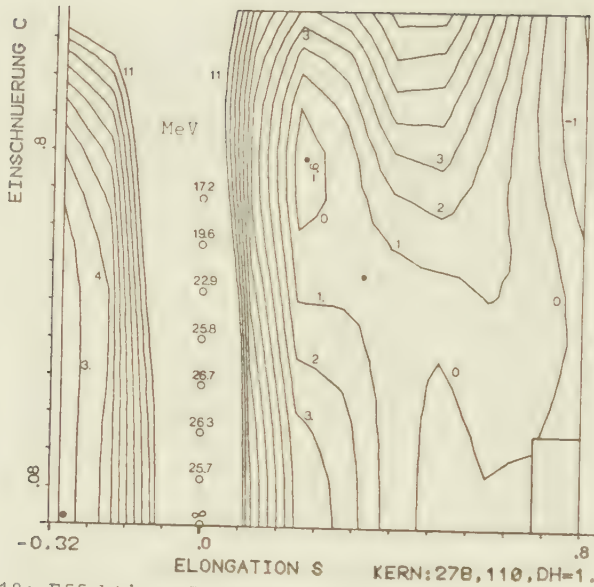


Bild H19: Effektives Potential bei $J=20, T=0\text{MeV}$, wenn die Paarung durch J nicht gebrochen wird.

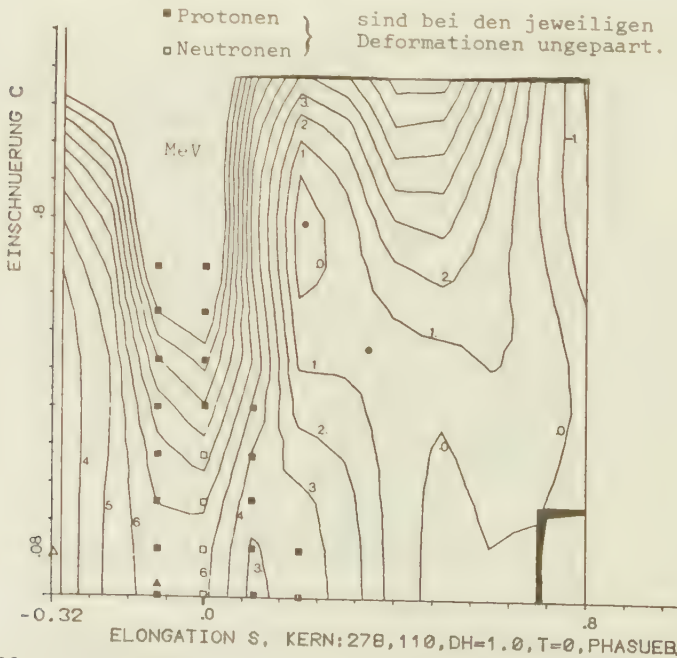


Bild H20: Effektives Potential bei $J=20, T=0\text{MeV}$, wenn nach Gl.4.3.2 die Paarung durch J aufgebrochen wird.

Bild H21:

Effektives Potential $U(S, J)$
für den isentropen Prozeß
mit $T_{\text{sphär}} = 1.0 \text{ MeV}$

$J=50$

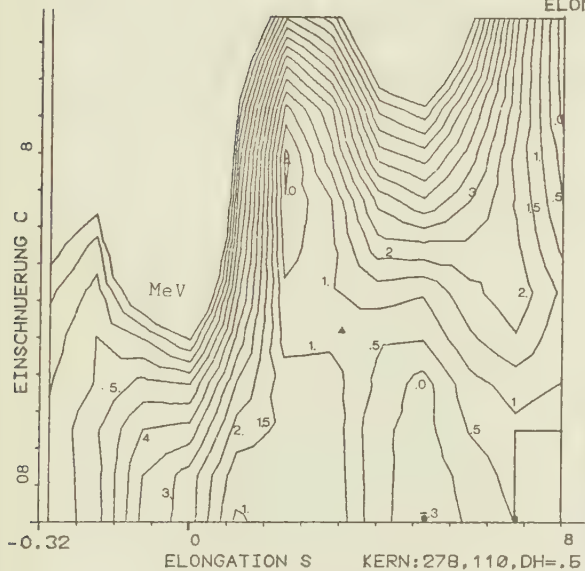
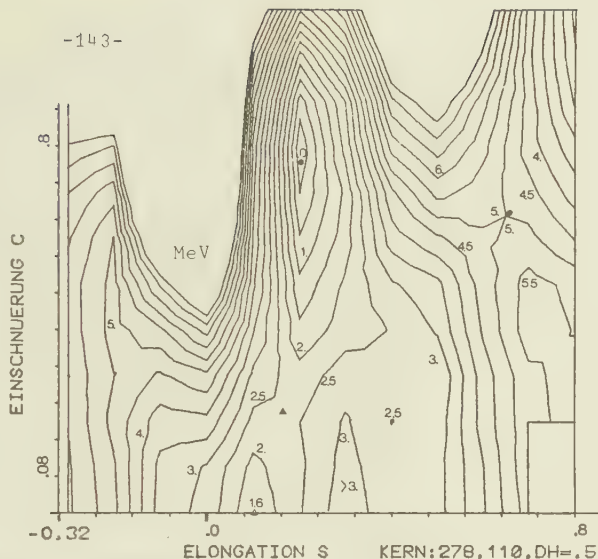


Bild H22:

Wie Bild H21, nur $J=80$

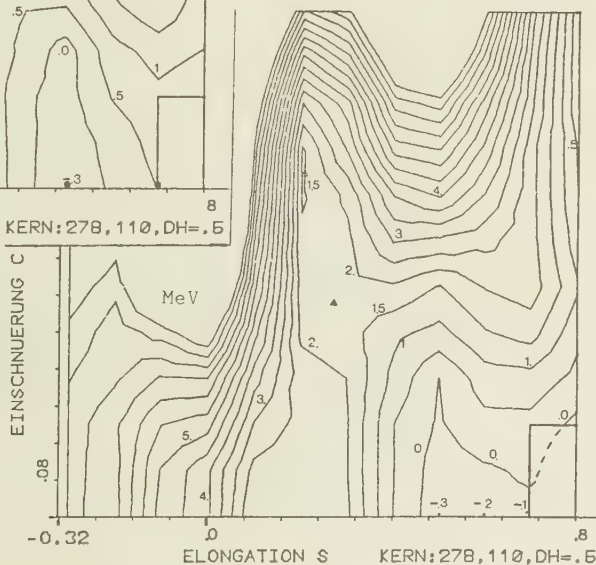


Bild H23:

Wie Bild H21, nur $J=90$

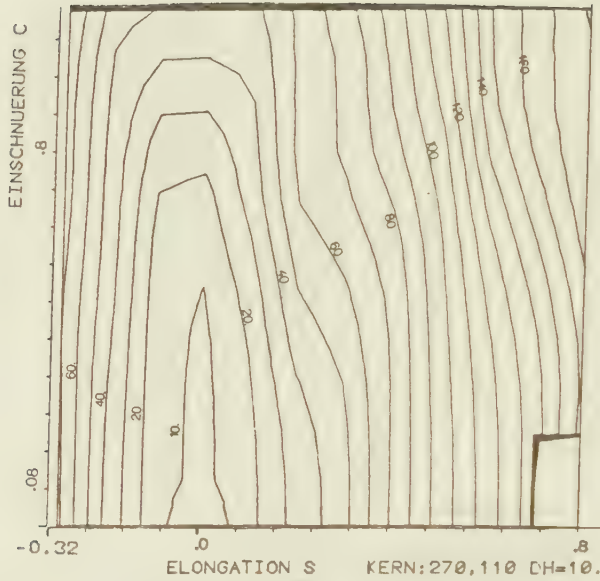


Bild H24: Wie Bild H17, aber für das System 270_X
110 $_X$

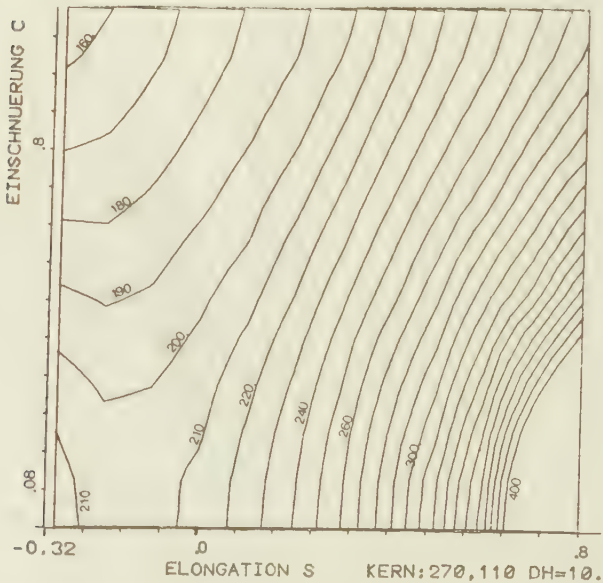


Bild H25: Wie Bild H18, aber für das System 270_X
110 $_X$

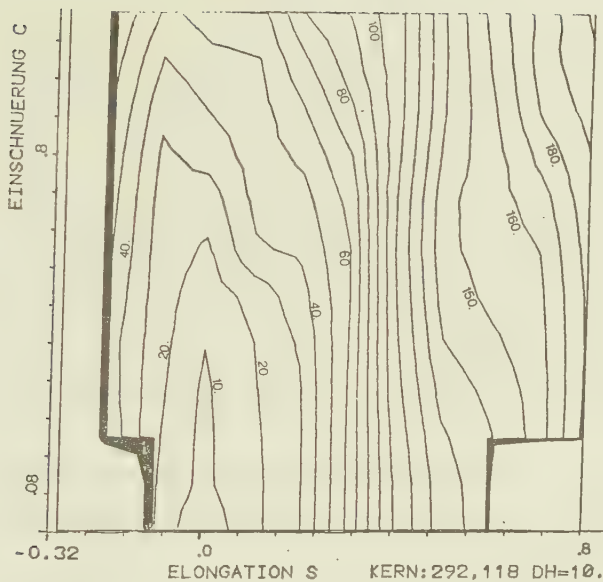


Bild H26: Wie Bild H17, aber für das System $\begin{smallmatrix} 292 \\ 118 \end{smallmatrix}^X$

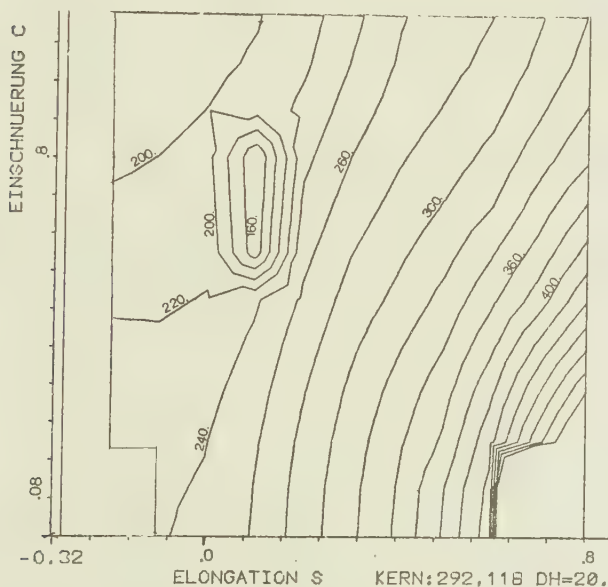


Bild H27: Wie Bild H18, aber für das System $\begin{smallmatrix} 292 \\ 118 \end{smallmatrix}^X$

Literaturverzeichnis

- Al73 Albrecht K 1973 Nucl. Physics A207 225
- Al76 Albrecht K 1976 private Mitteilung
- An76 Andersson G, Larsson SE, Leander G, Möller P,
Nilsson SG, Ragnarsson J, Åberg S, Bengtsson R, Dudek J,
Nerlo-Pomorska B, Pomorski K und Szymański Z 1976 Nucl.
Physics A268 205
- BFNN72 Bolsterli M, Fiset EO, Nix JR und Norton JL 1972
Phys. Review C5 1050
- BhRo71 Bhaduri RK und Ross CK 1971 Phys. Review Lett. 27 606
- BoMo55 Bohr A und Mottelson BR 1955 Mat. Fys. Medd. Dan. Vid.
Selsk. 30 No.1
- BoMo75 Bohr A und Mottelson BR 1975 Nuclear Structure Bd.2
(Benjamin)
- Br76 Brack M 1976 private Mitteilung
- BrJe76 Brack M und Jennings BK 1976 Nucl. Physics A258 264
- BrQu73 Brack M und Quentin P 1973 Rochester (Siehe FQVQ73)
Vol.1 231
- CPS72 Cohen S, Plasil F und Swiatecki WJ 1972
Lawrence Berkeley Prep.-1502 (1974 Ann. Physics 82 557)
- Da69 Damgaard J, Pauli HC, Strutinski VM, Wong CY, Brack M
u. Stenlund - Jensen A 1969 Second IAEA-Symposium Wien S213
- Di72 Diebel M 1972 Diplom-Arbeit (unveröffentlicht)
- DMP66 Dietrich K, Mang HJ und Pradal J 1966 Z. Physik 190
- Fa70 Faddejew DK und Faddejewa WN Numerische Methoden der
linearen Algebra (Oldenbourg)
- FQVK73 Flocard H, Quentin P, Vautherin D u. Kerman AK
Proc. 3rd Int. Symp. on the Phs. and Chem. of Fission
1973 Rochester (IAEA Vienna 1974 Vol.1 221)
- FrPa73 Frauendorf S und Pashkevich VV 1973 Konf. München
Proc. Int. Conf. Nucl. Phys. S129

- Fu72 Brack M, Damgaard J, Jensen AS, Pauli HC, Strutinski VM und Wong CY 1972 Rev. Mod. Physics 44 320
- GKD75 Gross DHE, Kalinowski H und De IN 1975 Konf. Heidelberg class. a. qu.-mech. asp. of heavy ion collisions
- GLN67 Gustafsson C, Lamm IL, Nilsson B und Nilsson SG 1967 Ark. Fys. 36 613
- Go57 Golden S 1957 Phys. Review 105 604
- Gu70 Gustafsson C 1970 Proc. Int. Conf. on the properties of nucl. far from the region of beta-stability, Leysin, Geneva Report CERN 70-30, Vol. 2 654
- Ha69 Hasse RW 1969 Nucl. Physics A128 609
- HaSt73 Hasse RW und Stocker W 1973 Phys. Letters 44B 26
- Ha77 Hasse RW Habilitationsschrift, München 1977
- Hi73 Hird B 1973 Comput. Phys. Comm. 6 30
- In54 Inglis D 1954 Phys. Review 96 1059
- JBB75 Jennings BK, Bhaduri RK und Brack M Nucl. Physics A253 29
- Je76 Jennings BK 1976 Doktor-Thesis, McMaster Univ. Hamilton Ontario
- JeBh75 Jennings BK und Bhaduri RK 1975 Nucl. Physics A237 149
- JeDa73 Jensen AS und Damgaard J 1973 Nucl. Physics A203 578
- Ki33 Kirkwood JG 1933 Phys. Review 44 31
- Ki67 Kirschnitz DA 1967 Field Theoretical methods in Many-Body Systems (Pergamon)
- KNS74 Kratz JV, Norris AE und Seaborg GT 1974 Phys. Review Lett. 33 502
- Kr68 Krumlinde Ju 1968 Nucl. Physics A121 306
- Kr71 Krumlinde J 1971 Nucl. Physics A160 471
- La65 Lawrence INP 1965 Phys. Review 139 B1227
- LaCo54 Lang IMB und Le Couteur KJ 1954 Proc. Phys. Soc. London A67 586
- Le76 Lefort M 1976 Konf. Caen SC5-57
- LHP67 Lederer CM, Hollander JM und Perlman I 1967 Tables of Isotopes (Wiley)

- LPY77 Ledergerber T, Pauli HC und Yariv Y 1977 Nucl. Physics A280 241
- Mo71 Moretto LG 1971 Lawrence-Berkeley-Prep.-219
- MuKu75 Mustafa MG and Kumar K 1975 Univ. Maryland Techn. Rep. 75-097
- MySw66 Myers WD und Swiatecki WJ 1966 Nucl. Physics 81 1
- MySw67 Myers WD und Swiatecki WJ 1967 Ark. Fys. 36 343
- Ni55 Nilsson SG 1955 Kgl. Danske Videnskab, Selskab, Mat.-fys. Medd. 29 No.16
- NiPr61 Nilsson SG und Prior O 1961 Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat.-fys. Medd. 32 No.16
- NöWe76 Nörenberg W und Weidenmüller HA 1976 Introduction to the Theory of Heavy-Ion-Collisions Lecture Notes in Physics 51
- NPF76 Noergaard K, Pashkevich VV and Frauendorf S 1976 Nucl. Physics A262 61
- B1P174 Plasil F und Blann M 1974 Preprint Rochester
- PNT75 Péter I, Ngô C und Tamain B 1975 Nucl. Physics A250 351
- SaYa63 Sano M und Yamasaki S 1963 Progr. Theoret. Physics 29 No.3
- Se70 Seeger-PA, Leysin-Konferenz 1970 Int. Conf. Prop. Nuc. far from Reg. of. Beta-Stab. Vol.1 217
- Si68 Sikkeland T 1968 Phys. Rev. Lett. 27B 277
- So28 Sommerfeld A 1928 Zeitschr. Physik 47 1
- Sp72 Specht HJ, Weber J, Konecny E und Havemann D 1972 Phys. Letters 41B 43
- SSK72 Stocker W, Süßmann G und Knaak S 1972 Nucl. Physics A187 38
- St67 Strutinski VM 1967 Nucl. Physics A95 420
- StBu73 Stocker W und Burzlauff J 1973 Nucl. Physics A202 265
- Sü54 Süßmann G 1954 Zeitschr. Physik 139 543
- Sü54b Süßmann G 1954 Zeitschr. Physik 139 533
- Sü76 Süßmann G 1976 Private Mitteilung

- Sw72 Swiatecki WJ und Bjørnholm S 1972 Phys. Reports 4
No. 6 325
- Th61 Thouless DJ 1961 Nucl. Physics 22 78
- Th64 Thouless DJ 1964 Quantenmechanik d. Vielteilchen-
systeme BI (englisch 1961)
- ThVa61 Thouless DJ and Valatin JG 1961 Nucl. Physics 31 211
- TNPH75 Tamain B, Ngô C, Péter J, Hanappe F 1975 Nucl. Physics
A252 187
- Ts69 Tsang CF 1969 Doktor-Thesis Lawrence-Rad.-Lab. Univ.
California Berkeley (UCRL-18899)
- Vi58 Villars F 1958 Ann. Physics 5 224
- Vo69 Vogeler JH 1969 Nucl. Physics A133 289
- Wi32 Wigner E 1932 Phys. Review 40 749
- Wi64 Wilets L 1964 Theories of Nuclear Fission, Clarendon
Press, Oxford
- Wi77 Winter J 1977 Private Mitteilung
- Wo74 Wolf KL, Unik JP, Huizenga IR, Birkelund J, Freiersle-
ben H und Viola VE 1974 Phys. Review Lett. 33 1105

Herrn Prof.Dr.G.SÜßmann danke ich dafür, daß er mir die Anfertigung der Dissertation in der gedeihlichen Atmosphäre seines Instituts ermöglichte, für die Anregung der Arbeit und sein weiteres förderndes Interesse.

Herrn Dr.R.W.Hasse bin ich für die konkrete Anregung des Themenbereiches und seine fortwährende Unterstützung durch Diskussion, Rat und freundliche Ermunterung großen Dank schuldig.

Herrn Dr.K.Albrecht danke ich für die Überlassung seines für mich wertvollen Programms. Er sowie die Herren Universitätsdozent Dr.W.Stocker, Dr.G.Wegmann und Dr.H.J.Winter haben mir mit klärenden Diskussionen sehr weitergeholfen.

Diese Arbeit wurde durch ein Graduiertenstipendium des Bundes unterstützt.

Die numerischen Arbeiten konnten am IPP in Garching, am LRZ in München sowie großzügigerweise auch am Rechner des Beschleunigerlaboratoriums in Garching durchgeführt werden.

Meine Frau war mir nicht nur bei der Anfertigung des Schreibmaschinenmanuskripts eine Hilfe.

Lebenslauf

Am 27. November 1946 wurde ich als einziges Kind des Schreinermeisters Konrad Diebel und seiner Frau Anna in Markt Erlbach, Kreis Neustadt/Aisch, geboren. Vom September 1953 bis Sommer 1957 besuchte ich die Volksschule in Markt Erlbach. Im Herbst 1957 wechselte ich auf das Hardenberg-Gymnasium in Fürth/Bayern über, wo ich im Juli 1966 das Abitur ablegte. Ich studierte vom WS 1966/67 bis zum SS 1969 im Fach Diplom-Physik an der Universität Erlangen und absolvierte im Herbst 1968 die Vordiplom-Prüfung. Zum WS 1969/70 wechselte ich an die Universität München und schloß mein Studium durch eine Diplomarbeit in theoretischer Physik am Lehrstuhl von Professor Dr. G. Süßmann und die Diplom-Hauptprüfung im April 1973 ab. Im November 1973 begann ich die Anfertigung der Dissertation am gleichen Lehrstuhl. Im März 1975 heiratete ich Veronika Schmidl, und im Oktober 1976 wurde unsere Tochter Anna geboren. Noch im Verlauf des Oktobers 1977 erwarten wir unser zweites Kind.

